1. Legyen g egy csoportelem, g rendje $o(g) = n$, és $k, m \in \mathbb{Z}$. Lássuk be, hogy
a) $g^m = 1 \Leftrightarrow n \mid m$;
b) $o(g^k) = \dfrac{n}{(n,k)}$.
Fogalmazzuk meg és bizonyítsuk be a megfelelő állításokat végtelen rendre!

2. Legyenek A és B a G csoport részcsoportjai. Lássuk be, hogy az $AB = \{\, ab \,|\, a \in A,\ b \in B \,\}$ komplexusszorzat akkor és csak akkor részcsoport, ha $AB = BA$.

3. Legyen A és B a G véges csoport két részcsoportja. Bizonyítsuk be, hogy $|AB| = \dfrac{|A| \cdot |B|}{|A \cap B|}$.

4. Bizonyítsuk be, hogy egy részcsoportnak ugyanannyi jobb oldali mellékosztálya van, mint bal oldali mellékosztálya. Adjunk meg köztük egy természetes bijekciót!

5. Milyen rendű elemek vannak a D_n diédercsoportban, és melyikből hány darab?

6. Bizonyítsuk be, hogy bármely végtelen csoportnak végtelen sok részcsoportja van.

7. Bizonyítsuk be, hogy C_∞ minden nem triviális részcsoportja véges indexű, azaz véges sok mellékosztálya van.

8. Hány különböző homomorfizmus adható meg az alábbi csoportok között?
a) $C_{10} \to C_{33}$ b) $C_n \to C_n$ c) $C_n \to C_m$ d) $C_\infty \to C_n$ e) $C_n \to C_\infty$

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy $o(ab) = o(ba)$ egy G csoport tetszőleges a, b elemeire.

Hf2. Bizonyítsuk be, az $\mathbb{F}_2$ fölötti invertálható 3×3-as felső háromszögmátrixok csoportja nem ciklikus.