1. Határozzuk meg a következő normálosztókkal vett faktorcsoportokat!
a) $G = GL(n, K)$, $N = SL(n, K)$;
b) $G = D_4$, $N = \langle f^2 \rangle$;
c) $G = (\mathbb{R}, +)$, $N = \mathbb{Z}$;
d) $G = Q^\times$, $N = \{\pm 1\}$;
e) $G = \langle a \rangle \times \langle b \rangle$, ahol $o(a) = 4$ és $o(b) = 6$, $N = \langle a^2 b^3 \rangle$.

2. Legyen $N \triangleleft G$, $H \leq G$, $|G| = 24$, $|N| = 4$, és $|H| = 6$. Hány elemű lehet H képe a $G \to G/N$ homomorfizmusnál? Adjunk is példát mindegyik esetre!

3. Legyen $g \in G$, és $o(g) = nm$, ahol $(n, m) = 1$. Bizonyítsuk be, hogy g egyértelműen felírható uv alakban, ahol $u, v \in \langle g \rangle$, $o(u) = m$, és $o(v) = n$.

4. Bizonyítsuk be, hogy ha $(n, m) = 1$, akkor $C_{nm} \cong C_n \times C_m$.

5. Melyek azok a ciklikus csoportok, amelyeket fel lehet bontani nem triviális módon direkt szorzatra?

6. Hány negyedrendű eleme van A_8-nak?

7. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges olyan páratlan k számra, melyre $3 \leq k \leq n$, az A_n csoportot generálja az összes k-ciklus.

8. Bizonyítsuk be, hogy A_4-nek nincs hatodrendű részcsoportja.

Hf1. Legyen N normálosztó, H pedig egy részcsoport a 100-adrendű G csoportban. Bizonyítsuk be, hogy ha $|N| = 20$ és $|H| > 20$, akkor H-nak van 5 indexű részcsoportja!

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy a $G \times G$ direkt szorzat diagonális részcsoportja, $T = \{(g, g) \mid g \in G\}$ akkor és csak akkor normálosztó, ha G Abel-csoport.