1. Bizonyítsuk be, hogy a kocka szimmetriáinak a csoportja izomorf $S_4 \times C_2$-vel.

2. Melyik az a legkisebb n, amelyre S_n, illetve A_n tartalmaz a 8-elemű D_4 diédercsoporttal izomorf részcsoportot?

3. Bizonyítsuk be, hogy minden $s \mid n$-re a D_s diédercsoport előáll a D_n csoport részcsoportjaként és homomorf képeként is.

4. Legyen $Q = \{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k\}$ a kvaterniócsoport, amelyben $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$ $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$, $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, és a -1-gyel való szorzás minden elemet az ellenkező előjelű változatába szoroz. Bizonyítsuk be, hogy így csoportot kapunk, és írjuk föl a művelettábláját. Lássuk be, hogy Q minden részcsoportja normálosztó. Bizonyítsuk be, hogy Q nem írható föl kisebb csoportok szemidirekt szorzataként.

5. Bizonyítsuk be, hogy S_n pontosan akkor tartalmaz a kvaterniócsoporttal izomorf részcsoportot, ha $n \geq 8$.

6. Legyen $H \leq S_n$, $|H| > 2$, és tegyük fel, hogy H-ban van páratlan permutáció. Bizonyítsuk be, hogy H nem lehet egyszerű.

7. Legyen a G csoport rendje 2-nél nagyobb, páros, de 4-gyel nem osztható. Bizonyítsuk be, hogy G nem egyszerű.

8. Bizonyítsuk be az alábbi állításokat a centrumról:
a) $Z(G \times H) = Z(G) \times Z(H)$;
b) $Z(G)$ minden részcsoportja normálosztó G-ben;
c) $N \lhd G \Rightarrow Z(N) \lhd G$.

9. Lássuk be, hogy $Z(S_n) = 1$, ha $n \geq 3$, és $Z(A_n) = 1$, ha $n \geq 4$.

10. Bizonyítsuk be, hogy $N \lhd G$, $|N| = 2$ esetén $N \leq Z(G)$.

11. Határozzuk meg az (123) elem centralizátorát A_4-ben, S_4-ben és S_5-ben.

12. Bizonyítsuk be, hogy ha $P \in Syl_p(G)$, és $N \lhd G$, akkor $N \cap P \in Syl_p(N)$.

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy S_5 tartalmaz D_6-tal izomorf (nem tranzitív) részcsoportot. Keressünk a szabályos hatszögön öt olyan alakzatot, amelyeknek a halmazán a hatszög szimmetriái hűségesen hatnak!

Hf2. Legyen p prím, és $|G| = p^n$, továbbá $1 \neq N \lhd G$. Bizonyítsuk be, hogy $N \cap Z(G) \neq 1$.