1. Legyen $H < G$, $|G : H| \leq n$, és $|G| > n!$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem lehet egyszerű.

2. Bizonyítsuk be, hogy egy p-csoportban minden normálosztókból álló normállánc finomítható olyan normálosztókból álló normálláncccá, amelyikben a faktorok p-edrendűek.

3. Bizonyítsuk be, hogy G nem lehet egyszerű, ha $|G| = 36$, 56, vagy 80.

4. a) Hány 3-, 5-, illetve 7-Sylow részcsoportja lehet egy 105 elemű G csoportnak?
b) Bizonyítsuk be, hogy ennek a csoportnak valamelyik p-Sylowja normálosztó.
c) Bizonyítsuk be, hogy a 7-Sylow mindenképpen normálosztó.

5. A Sylow-részcsoportok vizsgálatával bizonyítsuk be, hogy minden 15-ödrendű csoport ciklikus.

6. Hány eleme van a $\mathbb{Z}_2$ fölötti 3×3-as invertálható mátrixok csoportjának, $GL_2(\mathbb{Z}_3)$-nek? Adjuk meg ennek a csoportnak egy 2-Sylow-részcsoportját.

7. Izomorfia erejéig hány Abel-csoport van, amelynek rendje
a) 32;
b) 360?

8. Hány 12-edrendű részcsoportja van a $C_4 \times C_2 \times C_9$ Abel-csoportnak? Ebből hány nem ciklikus?

9*. Tegyük fel, hogy $5 \mid |G|$ és $|G| \mid 100$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G-nek van 5 indexű részcsoportja.

Hf1. Legyen G egy 140-edrendű csoport. Bizonyítsuk be, hogy G-nek legalább két Sylow-részcsoportja normálosztó. Ezt felhasználva lássuk be, hogy G-ben van 35-ödrenű elem.

Hf2. Adjuk meg az összes olyan 200-adrendű Abel-csoportot izomorfia erejéig, amelyben nincs 100-adrendű elem.