1. Bizonyítsuk be a kommutátor-részcsoportokról a következő állításokat!
a) $(G \times H)' = G' \times H'$;
b) $H \leq G$ esetén $H' \leq G' \cap H$, de nem feltétlenül egyenlők;
c) $\varphi : G \to H$ homomorfizmusra $\varphi(G') = (\varphi(G))'$.

2. Határozzuk meg a következő csoportok centrumát és kommutátor-részcsoportját!
a) S_n b) D_n c) egy p^3 rendű nem-Abel csoport d) $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \,\middle|\, a, b, c \in \mathbb{Z}_3,\ a, c \neq 0 \right\}$

3. Bizonyítsuk be, hogy ha H maximális valódi részcsoportja G-nek, akkor $H \geq Z(G)$ vagy $H \geq G'$.

4. Bizonyítsuk be, hogy a G csoport feloldható, ha G rendje
a) p^2q^2, ahol p és q különböző prímek;
b) pqr, ahol p, q, r különböző prímek;
c*) p^3q, ahol p és q különböző prímek.

5. Adjuk meg egy kompozícióláncát a D_n diédercsoportnak és a $GL_2(\mathbb{Z}_3)$ csoportnak.

6. a) Bizonyítsuk be, hogy az x, y elemek által generált szabad csoportot az $\{\, x, xy \,\}$ halmaz is szabadon generálja.
b) Bizonyítsuk be, hogy ugyanebben a csoportban az $S = \{\, x, y^{-1}xy, y^{-2}xy^2 \,\}$ halmaz szabadon generálja a $\langle S \rangle$ részcsoportot.

7. Bizonyítsuk be a következő izomorfiákat a relációkkal megadott csoportokra.
a) $\langle x, y, z \,|\, x^2 = y^2 = z^3 = 1,\ xy = yx,\ z^{-1}xz = y,\ z^{-1}yz = xy \rangle \cong A_4$;
b) $\langle x, y \,|\, x^2 = y^2 = 1,\ xyxy = yxyx \rangle \cong D_4$;
c) $\langle x, y \,|\, x^2 = y^2 = 1 \rangle$ minden véges nem kommutatív homomorf képe izomorf valamelyik diéder csoporttal.

8*. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y, z \,|\, y^{-1}xy = x^2,\ z^{-1}yz = y^2,\ x^{-1}zx = z^2 \rangle = 1$.

9. Adjuk meg definiáló relációkkal a következő csoportokat:
a) $C_2 \times C_2 \times C_4$ b) $C_3 \times C_8$

Hf1. Bizonyítsuk be, hogy G feloldható, ha $|G| = 8p$, és p páratlan prím.

Hf2. Bizonyítsuk be, hogy $\langle x, y \,|\, y^{-1}xy = x^2,\ x^{-1}yx = y^2 \rangle = 1$