

1. Mutassuk meg, hogy minden másodfokú bővítés normális.
2. Igaz-e, hogy normális bővítés normális bővítése normális az eredeti test fölött?
3. Legyen $L|K$ egy testbővítés, M és N pedig olyan közbülső testek, amelyekre az $M|K$ és $N|K$ bővítések normálisak. Legyen S az L -nek az M és N által generált részteste és $T = M \cap N$. Bizonyítsuk be, hogy az $S|K$ és $T|K$ bővítések mindegyike normális.
4. Bizonyítsuk be, hogy perfekt test minden véges bővítése is perfekt.
5. Legyen K egy tetszőleges test és f egy K fölött irreducibilis polinom. Bizonyítsuk be, hogy f minden gyökének ugyanannyi a multiplicitása.
6. Legyen K tetszőleges test, $K(t)$ pedig K -nak egy egyszerű transzcendens bővítése. Legyen $K < M \leq K(t)$. Bizonyítsuk be, hogy $K(t)$ algebrai bővítése M -nek.
7. Nevezzünk egy $f(x) = 0$ egyenletet ($f(x) \in K[x]$) *normálisnak* K felett, ha f egy alkalmas gyökét adjungálva K -hoz már f felbontási testét kapjuk. Bizonyítsuk be, hogy $x^3 - 3x - 1 = 0$ normális egyenlet $\mathbb{Q}$ felett.
8. Tegyük föl, hogy L algebrai K fölött, és minden $K[x]$ -beli polinom lineáris faktorokra bomlik az L fölött. Bizonyítsuk be, hogy L algebrailag zárt.
9. Mely véges testeket tartalmazza egy véges test algebrai lezárása?