

1. Bizonyítsuk be, hogy $|\mathbb{C}| = |\mathbb{R}|$.
2. Bizonyítsuk be, hogy $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ irracionális.
3. a) Mutassuk meg, hogy az $a(bc) = (ab)c$ asszociativitási szabályból következik, hogy egy n tényezős szorzat tetszőleges zárójelezéssel ugyanazt az értéket adja.
b) Mutassuk meg, hogy a kéttagú kommutativitásból és az asszociativitásból következik, hogy n elem tetszőleges sorrendben összeszorozva ugyanazt az értéket adja.
4. Adjuk meg az alábbi komplex számok kanonikus (algebrai) alakját:
a) $z = (3 - 4i)(7 + 8i)$; b) $z = \frac{3 - 4i}{2 - i}$; c) $z = i^{1994}$; d) $z = (1 + i)^9$.
5. Határozzuk meg az $\frac{(1 + 2001i)^{2001}}{(1 - 2001i)^{2001}}$ komplex szám abszolút értékét.
6. a) Számítsuk ki a $16 - 30i$ komplex szám négyzetgyökeit.
b) Bizonyítsuk be, hogy a komplex számok körében minden számból lehet négyzetgyököt vonni.
7. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán:
a) $z^2 + 1 = 0$;
b) $z^2 = -12$;
c) $z^2 + 3z + 4 = 0$;
d) $z^2 = i$;
e) $z^2 + 2iz + 1 + i = 0$.
8. Mi a geometriai jelentése annak, hogy egy z komplex számot megszorozunk i -vel? Hát annak, ha $(1 + i)$ -vel szorzunk? És ha vesszük a z konjugáltjának a reciprokát ($z \neq 0$ -ra)?
9. Mi a mértani helye a síkon azoknak a pontoknak, amelyeknek megfelelő z komplex számokra:
a) $|z - 5 + i| = 2$;
b) $|z - i| = |z + i|$;
c) $\left| \frac{z - 3 + 4i}{z - i} \right| \geq 1$;
d) $z + \bar{z} < 4$;
e) $2z + 5 = 2\bar{z}$;
f) $|z| = 3iz$;