1. Fejezzük ki elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként a következő szimmetrikus polinomokat:

a) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
b) $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3$
c) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$
d) $(x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$

2. Legyen n pozitív egész. Az n-edik komplex egységgyökök közül minden lehetséges módon kiválasztunk három különbözőt, és ezeket összeszorozzuk. Mi az összege ezeknek a szorzatoknak?

3. Milyen összefüggést kell kielégíteniük a komplex együtthatós $x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ polinom együtthatóinak ahhoz, hogy

a) a polinom valamelyik gyöke megegyezzen a másik két gyök összegével;
b) a polinom valamelyik gyöke megegyezzen a másik két gyök szorzatával?
c) a polinom gyökei számtani sorozatot alkossanak?

4. Vektoteret adnak-e $\mathbb{R}$ fölött az alábbi halmazok a megadott műveletekkel:

a) $\mathbb{R}^n$, ahol $\mathbf{a} \oplus \mathbf{b} = \mathbf{a}$, a skalárral való szorzás a szokásos;
b) $\mathbb{Z}$, ahol az összeadás a szokásos, a szorzás pedig $\lambda \odot a = a$?

5. Értelmezhetünk-e egy $\mathbb{R} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ ‘szorzást’ úgy, hogy $\mathbb{Z}$ a szokásos összeadással és az új szorzással valós vektortérré váljon? Hát egy $\mathbb{C} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ szorzást, hogy $\mathbb{R}$-et $\mathbb{C}$-vektortérré tegyük?

6. Alteret alkotnak-e az adott K fölötti vektortérben? Amelyik igen, ott adjunk meg egy bázist!

a) $\{\, p(x) \in \mathbb{R}[x] \mid \deg(p) \leq 5 \,\}$, $K = \mathbb{R}$
b) $\{\, p(x) \in \mathbb{R}[x] \mid \deg(p) \leq 5,\ p(2) = 0 \,\}$, $K = \mathbb{R}$
c) $\{\, p(x) \in \mathbb{R}[x] \mid \deg(p) \leq 5,\ p(2) = 0$ vagy $p(3) = 0 \,\}$, $K = \mathbb{R}$
d) $\{\, a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q} \,\} \leq \mathbb{R}$, $K = \mathbb{Q}$;
e) $\{\, a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q} \,\} \leq \mathbb{R}$, $K = \mathbb{R}$;
f) $\{(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum a_i = 0 \,\}$, $K = \mathbb{R}$;
g) $\{(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum a_i = 1 \,\}$, $K = \mathbb{R}$;
h) $\{(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n \mid \exists i :\ a_i = 0 \,\}$, $K = \mathbb{R}$.

7. Lehet-e egy vektorteret két alterének uniójaként előállítani? Hát háromnak az uniójaként

8. Döntsük el, függetlenek-e az alábbi vektorhalmazok $\mathbb{R}^n$-ben mint $\mathbb{R}$ fölötti vektortérben:

a) $\{(1, 0, 0, 0), (1, 2, 0, 0), (1, 2, 3, 0), (1, 2, 3, 4)\,\}$;
b) $\{(1, 2, 4), (1, -1, 0), (3, 1, 2)\,\}$;
c) $\{(1, 1, 1, 1), (1, 2, 3, 4), (1^1, 2^2, 3^2, 4^2), (1^3, 2^3, 3^3, 4^3)\,\}$.

9. Ha $\{\, v_1, v_2, \ldots, v_n \,\} \subseteq V$ független vektorok, akkor független lesz-e:

a) $\{\, v_1, v_1 + v_2, \ldots, v_1 + v_2 + \cdots + v_n \,\}$;
b) $\{\, v_1 - v_2, v_2 - v_3, \ldots, v_n - v_1 \,\}$;
c) $\{\, -v_1 + v_2 + \cdots + v_n, v_1 - v_2 + \cdots + v_n, \ldots, v_1 + v_2 + \cdots - v_n \,\}$.