

1. Oldjuk meg az alábbi komplex együtthatós egyenletrendszert:

$$\begin{array}{rclcl} 2u^3 & + & (1+i)v^3 & = & -2-2i \\ iu^3 & + & v^3 & = & i. \end{array}$$

2. Legyenek a, b, c az $x^3 - 2x^2 + x + 1$ polinom gyökei. Adjunk meg egy olyan harmadfokú polinomot, amelynek gyökei $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{b^2}$ és $\frac{1}{c^2}$.
3. Számítsuk ki az alábbi determináns értékét.

$$\begin{vmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 & \dots & n^2 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & \dots & (n+1)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ n^2 & (n+1)^2 & (n+2)^2 & \dots & (2n-1)^2 \end{vmatrix}$$

4. Legyen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & -1 \\ -1 & 1 & b \\ a & 1 & b \end{bmatrix}.$$

Határozzuk meg az A mátrix rangját az a és b értékének függvényében. Számítsuk ki A inverzét az $a = 0, b = 2$ esetben.

5. Legyen f az a leképezés a legfőbb harmadfokú valós polinomok terén, amely minden polinomhoz az $x^2 + 2$ polinommal való maradékos osztáskor kapott maradékát rendeli.
- a) Lássuk be, hogy f lineáris transzformáció.
- b) Számítsuk ki f mátrixát, sajátértékeit, és sajátvektorait.
6. Adjuk meg az $f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 5x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 - 4x_1y_2 + 2x_2y_1 + 4x_1y_3$ bilineáris függvény mátrixát a standard bázisban, valamint a $\mathcal{B}' = \{(1, -1, 0), (1, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ bázisban. Döntsük el az f -hez tartozó kvadratikus alak jellegét.
7. Legyen V egy 2001 dimenziós vektortér, és legyenek f és g olyan lineáris transzformációk a V -n, melyekre $\text{Im } fg = \text{Ker } gf$. Mutassuk meg, hogy ekkor $f^2 \neq 0$.