

1. Hány megoldása van az a, b paraméterek értékétől függően az alábbi egyenletrendszernek?

$$\begin{aligned}x - bz &= 3 \\ -x + y + (b + 2)z &= b - 3 \\ ax + 2y + (a + 4)z &= 3a + 5b + 2\end{aligned}$$

Oldjuk is meg akkor, amikor végtelen sok megoldása van!

2. Legyen

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Számítsuk ki A inverzét!
b) Változtassuk meg az A mátrix egyetlen elemét úgy, hogy az új mátrix ne legyen invertálható!
3. Keressük meg az $x^7 + x^6 + 2x^4 + 2x^3 + 2x + 2 = 0$ egyenlet összes megoldását a komplex számok körében.
4. Bizonyítsuk be, hogy ha α gyöke az $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ polinomnak, akkor α^2 is gyöke!
5. Legyenek a, b, c az $x^3 - 2x^2 + x + 7$ polinom gyökei. Adjunk meg egy olyan polinomot, amelynek gyökei ab , ac és bc .
6. Legyen A olyan $n \times n$ -es valós mátrix, aminek minden sorában és minden oszlopában pontosan 2 darab 1-es van, a többi elem pedig 0. Mutassuk meg, hogy $|\det A|$ értéke 0 vagy pedig 2^m valamilyen $1 \leq m \in \mathbb{N}$ -re!