1. Tekintsük a 2×2-es valós mátrixok terén azt a lineáris transzformációt, amelyik minden mátrixot $+90°$-kal elforgat. Mik a sajátértékei és sajátvektorai ennek a transzformációnak?

2. Az $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ lineáris leképezés a standard $\underline{b}_1, \underline{b}_2, \ldots, \underline{b}_n$ bázisvektorokon az $f(\underline{b}_i) = \underline{b}_i - \underline{b}_{i+1}$ $(i = 1, 2, \ldots, n-1)$ és $f(\underline{b}_n) = \underline{b}_n - \underline{b}_1$ szabály szerint hat. Mekkora f rangja? Adjuk meg f magterét!

3. Az $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineáris transzformáció az $(1,0,1)$ és $(2,1,1)$ vektorokat önmagukba képezi, a $(0,-1,2)$ vektort pedig $\underline{0}$-ba. Adjuk meg f mátrixát a standard bázisban!

4. Írjuk fel az $x_1^2 - 4x_2x_3 + 3x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$ kvadratikus alakhoz tartozó szimmetrikus bilineáris függvény mátrixát. Hozzuk diagonális alakra a mátrixot? Döntsük el a kvadratikus alak jellegét!

5. Legyen A olyan 2×2-es valós mátrix, hogy -1 sajátértéke A-nak és A^2-nek is.

a) Bizonyítsuk be, hogy A^2 diagonalizálható!
b) Bizonyítsuk be, hogy A is diagonalizálható!

6. Igazoljuk, hogy tetszőleges A és B nem nulla mátrixokhoz létezik olyan C mátrix, hogy ACB nem nulla!

7. Legyenek $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \ldots, \underline{a}_n$ lineárisan független vektorok. Mely $\underline{b}$ vektorokra igaz, hogy $\underline{a}_1 + \underline{b}, \ldots, \underline{a}_n + \underline{b}$ is függetlenek?