

1. Keressük meg a legnagyobb közös osztót az euklideszi algoritmus segítségével:
a) $(7469, 2464)$; b) $(2947, 3997)$; c) $(1109, 4999)$.
2. A kibővített euklideszi algoritmus segítségével keressünk olyan x és y egészeket (ha léteznek), amelyekre
a) $423x + 198y = 9$;
b) $71x - 50y = 1$;
c) $133x + 217y = 4$;
d) $93x + 81y = 3$.
3. Bizonyítsuk be, hogy az 1. feladatsorban definiált f_n Fibonacci-számokra $(f_n, f_m) = f_{(n,m)}$.
4. Mutassuk meg, hogy az f_{n+1} és f_n Fibonacci számok legnagyobb közös többszörösének kiszámításakor az euklideszi algoritmus $n - 1$ lépésben véget ér, de ha $0 < b < a$ egészek, és $b < f_n$, akkor az (a, b) kiszámításánál az algoritmus $n - 1$ -nél kevesebb lépésből áll. (Azaz, a Fibonacci-számokra a leglassabb az algoritmus.)
5. Bizonyítsuk be, hogy az $x^n - 1$ és $x^m - 1$ polinomok legnagyobb közös osztója $x^{(n,m)} - 1$.
6. Keressük meg azokat az x egész számokat, amelyekkel $\frac{x^3 + 3}{x - 2}$ egész szám.
7. Írjuk föl az $a(x) = x^9 + 1$ és $b(x) = x^4 + x^2 + 1$ polinomok legnagyobb közös osztóját $a(x)p(x) + b(x)q(x)$ alakban alkalmas $p(x)$ és $q(x)$ polinomokkal.