

1. Bizonyítsuk be, hogy 2 primitív gyök modulo 27. Oldjuk meg az $x^{10} \equiv 10 \pmod{27}$ kongruenciát.
2. Melyek megoldhatóak a következő kongruenciák közül? Hány páronként inkongruens megoldásuk van?
 - a) $x^{10} \equiv 7 \pmod{17}$;
 - b) $x^{14} \equiv 8 \pmod{17}$;
 - c) $11x^{15} \equiv 17 \pmod{23}$;
 - d) $x^2 \equiv 25 \pmod{77}$;
 - e) $3x^2 - 8x + 15 \equiv 0 \pmod{31}$.
3. Oldjuk meg a következő kongruenciákat (használjunk index táblázatot!)
 - a) $x^3 \equiv 7 \pmod{11}$;
 - b) $3^x \equiv 85 \pmod{11}$;
 - c) $6x^2 + 5x - 10 \equiv 0 \pmod{11}$.
4. Bizonyítsuk be, hogy egy p páratlan prímre $\left(\frac{3}{p}\right)$ akkor és csak akkor 1, ha $p \equiv \pm 1 \pmod{12}$.
5. Számítsuk ki a következő Legendre-szimbólumokat:
 - a) $\left(\frac{-9}{37}\right)$;
 - b) $\left(\frac{97}{101}\right)$;
 - c) $\left(\frac{32}{67}\right)$;
 - d) $\left(\frac{101}{103}\right)$;
 - e) $\left(\frac{53}{103}\right)$.
6. Melyek megoldhatóak az alábbi kongruenciák közül?
 - a) $x^2 \equiv 66 \pmod{191}$
 - b) $x^2 \equiv 7! \pmod{83}$
 - c) $x^2 \equiv 94! \pmod{101}$
 - d) $x^2 \equiv 30 \pmod{77}$
7. Legyen p egy $4k + 1$ alakú prím. Számítsuk ki a következő összegeket:
 - a) $\left(\frac{1}{p}\right) + \left(\frac{2}{p}\right) + \dots + \left(\frac{(p-1)/2}{p}\right)$;
 - b) $\left(\frac{1}{p}\right) + \left(\frac{3}{p}\right) + \dots + \left(\frac{p-2}{p}\right)$.