

1. Hányféleképpen lehet 70, 130 és 150 forintos csokoládékból pontosan 50 darabot venni éppen 5000 forintért?
2. Számítsuk ki a $22^{22^{22}}$ maradékát 38-cal osztva.
3. Ha egy egész szám 3 maradékot ad 4-gyel osztva, 1 maradékot 6-tal osztva, és 13 maradékot 15-tel osztva, akkor mennyi maradékot ad 20-szal osztva?
4. Oldjuk meg a következő szimultán kongruenciákat (ha megoldhatóak)!

$5x \equiv 16 \pmod{12}$
a) $x \equiv 11 \pmod{63}$
 $4x \equiv 12 \pmod{66}$

$x \equiv 15 \pmod{104}$
b) $x \equiv -2 \pmod{39}$
 $x \equiv 5 \pmod{20}$

$3x \equiv 15 \pmod{24}$
c) $10x \equiv 8 \pmod{14}$
5. Oldjuk meg!

a) $5x^3 - 93 \equiv 0 \pmod{231}$

b) $x^{20} - 20x^2 - 5x + 3 \equiv 0 \pmod{836}$
6. Van-e olyan $f(x)$ egész együtthatós polinom, amelyre az $f(x) \equiv 0 \pmod{30}$ kongruenciának pontosan 14 a megoldásszáma?
7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy $x \equiv c_i \pmod{m_i}$ kongruenciarendszerből bármely két kongruenciának van közös megoldása, akkor az egész kongruenciarendszernek is van.
8. Adott m pozitív egészre milyen d számokra lesz igaz, hogy ha $a_1, \dots, a_{\varphi(m)}$ redukált maradékrendszer modulo m , akkor $a_1 + d, \dots, a_{\varphi(m)} + d$ is az.
9. Határozzuk meg $\mathbb{Z}_m$ -ben az összes nullosztó összegét!
10. Bizonyítsuk be, hogy $p^p \mid (p^2 - 1)! - p^{p-1}$ teljesül minden p prímre!