

1. Oldjuk meg az alábbi kongruenciákat:
 - a) $x^6 + 4x \equiv d \pmod{7^3}$, ahol $d = 2, 3$, illetve 72 ;
 - b) $x^{72} - x^6 + 2x + 2 \equiv 0 \pmod{150}$.
 2. Van-e olyan f multiplikatív vagy additív számelméleti függvény, amelyre $f(6) = 0$, $f(10) = 1$, és $f(15) = 3$?
 3.
 - a) Adjuk meg a $\frac{\varphi(n)}{n}$ sorozatnak 1-hez, illetve 0-hoz tartó részsorozatát!
 - b) Adjuk meg a $\frac{\sigma(n)}{n}$ sorozatnak 1-hez, illetve ∞ -hez tartó részsorozatát!
 4. Van-e végtelen sok olyan n , amelyre $\frac{\varphi(n)}{n} = \frac{2}{3}$?
 5.
 - a) Milyen k -ra van olyan n szám, amelyre $\mu(n), \dots, \mu(n+k-1)$ egyike sem 0?
 - a) Milyen k -ra van olyan n szám, amelyre $\mu(n), \dots, \mu(n+k-1)$ mindegyike 0?
 6. Adjunk meg két olyan teljesen multiplikatív számelméleti függvényt, amelyeknek a konvolúciója nem teljesen multiplikatív (de persze multiplikatív)!
 7. Bizonyítsuk be, hogy $\sum_{d|n} \sigma(d) \varphi\left(\frac{n}{d}\right) = nd(n)$.
 8. Számítsuk ki az $1 * 1 * 1$ konvolúciót.
 9. Legyen $f(n) = \frac{(-1)^n + 1}{2}$. Keressük meg azt a g függvényt, amelyre $g^+ = f$.
 10. Bizonyítsuk be, hogy n -edik komplex primitív egységgyökök összege $\mu(n)$.
- Hf1.** Bizonyítsuk be, hogy bármely n természetes számra végtelen sok olyan k van, amelyre $\sigma(n) \mid \sigma(n^k)$.
- Hf2.** Definiáljuk az f számelméleti függvényt úgy, hogy értékkészlete a $\{-1, 0, 1\}$ halmaz, és $f(n) \equiv n \pmod{3}$ minden n -re. Adjuk meg f összegzési függvényét!