

1. Eleme-e $\sqrt{3}$ a $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ testnek?
2. Mutasd meg, hogy $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}) = \mathbb{Q}(\sqrt[6]{2})!$
3. Legyen α az $x^2 - x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$ polinom egyik gyöke.
 - a) Hány dimenziós $\mathbb{Q}(\alpha)$ mint \mathbb{Q} fölötti vektortér?
 - b) Bizonyítsd be, hogy α^7 és α lineárisan összefüggnek ebben a vektortérben!
4. Legyen α az $x^3 - 3x - 1 \in \mathbb{Q}[x]$ polinom egyik gyöke. Add meg a következő kifejezéseket α legfeljebb másodfokú polinomjaként!

$$\alpha^3, \quad \alpha^5, \quad \frac{1}{\alpha} \quad \text{és} \quad \frac{1}{\alpha^2 + 1}$$

5. Mutasd meg, hogy \mathbb{Q} minden másodfokú bővítése megadható egy \sqrt{d} elemmel való bővítésként, ahol $d \in \mathbb{Q}$.
6. * Keres $\alpha \in \mathbb{C}$ számot, melyre $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\alpha)!$
7. Legyen \mathbb{F} olyan test, melynek multiplikatív csoportja ciklikus. Mutasd meg, hogy \mathbb{F} véges!