3. gyakorlat

Matematika A4
Vetier András kurzusa

2009. február 27.

1. Független események

Az A és B események akkor és csak akkor függetlenek,ha az alábbbi négy egyenlőség teljesül:

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$
$$\mathbb{P}(A \cap \bar{B}) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\bar{B})$$
$$\mathbb{P}(\bar{A} \cap B) = \mathbb{P}(\bar{A})\mathbb{P}(B)$$
$$\mathbb{P}(\bar{A} \cap \bar{B}) = \mathbb{P}(\bar{A})\mathbb{P}(\bar{B})$$

(Nem nehéz belátni, hogy a fenti négy egyenlőség közül akármelyik maga után vonja az összes többit – ez csak 2 eseménynél teljesül.)

Három esemény esetén a függetlenség nyolc egyenlőség teljesülését jelenti. A nyolc egyenlőséget egy logikus sorrendben adjuk meg:

$$\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$$
$$\mathbb{P}(A \cap B \cap \bar{C}) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(\bar{C})$$
$$\mathbb{P}(A \cap \bar{B} \cap C) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\bar{B})\mathbb{P}(C)$$
$$\mathbb{P}(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(\bar{B})\mathbb{P}(\bar{C})$$
$$\mathbb{P}(\bar{A} \cap B \cap C) = \mathbb{P}(\bar{A})\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(C)$$
$$\mathbb{P}(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) = \mathbb{P}(\bar{A})\mathbb{P}(B)\mathbb{P}(\bar{C})$$
$$\mathbb{P}(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) = \mathbb{P}(\bar{A})\mathbb{P}(\bar{B})\mathbb{P}(C)$$
$$\mathbb{P}(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = \mathbb{P}(\bar{A})\mathbb{P}(\bar{B})\mathbb{P}(\bar{C})$$

Több - mondjuk n - esemény esetén 2^n darab egyenlőtlenség teljesülése jelenti a függetlenséget. Ezek közül az egyenlőtlenségek közül - a fenti logikát követve - az elsőt, egy közbensőt és az utolsót adjuk itt meg:

$$\mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(A_3)\dots\mathbb{P}(A_n)$$
$$\dots$$
$$\mathbb{P}(\overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4} \dots A_n) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(\overline{A_3})\mathbb{P}(\overline{A_4})\dots\mathbb{P}(A_n)$$
$$\dots$$
$$\mathbb{P}(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4} \dots \overline{A_n}) = \mathbb{P}(\overline{A_1})\mathbb{P}(\overline{A_2})\mathbb{P}(\overline{A_3})\mathbb{P}(\overline{A_4})\dots\mathbb{P}(\overline{A_n})$$

1. Egy gyárban az I. gépsor az idő 60%-ában a II. gépsor az idő 70%-ában dolgozik egymástól függetlenül. Mi a valószínűsége hogy

a) mindkét gép dolgozik?

b) legalább az egyik dolgozik?

c) csak az egyik gép dolgozik?

d) mindkét gép áll?

2. Kétszer egymás után feldobunk egy szabályos pénzérmét. Legyen A az az esemény, hogy elsőre fejet dobunk, B az az esemény, hogy másodikra dobunk fejet, C pedig, hogy a dobások egyezőek. Győződjünk meg róla, hogy A, B, C eseményekből bármely kettő független egymástól, de a 3 esemény együttesen már nem alkot független rendszert!

3. Egy piros és egy kék dobókockával dobunk. Tekintsük az alábbi 3 eseményt: a piros kockával párosat dobunk, a kék kockával párosat dobunk, a dobott összeg páros. Függetlenek-e ezek az események?

4. Egy piros és egy zöld kockával dobunk. Tekintsük az alábbi eseményeket: $A =$ a dobott számok összege 7 , $B =$ legalább az egyik kockán van hatos , $C =$ mindkét kockával páratlant dobok , $D =$ a két kockával különböző számokat dobok , $E =$ a zöld kockával 4-est dobok .
Válaszoljuk meg a következő kérdéseket:

   a) Függetlenek-e egymástól az A és C események?

   b) Kizáróak-e az A és C események?

   c) Mennyi a B esemény valószínűsége?

   d) Hogy viszonyul egymáshoz A és D? Milyen következtetést vonhatunk le ebből a valószínűségeikre nézve? És a függetlenségekre nézve?

   e) Függetlenek-e egymástól az A és E események?

   f) Mindezek alapján mutassunk példát olyan eseményekre, amelyek

      i. függetlenek, de nem kizáróak,

      ii. kizáróak, de nem függetlenek.

5. Eső itt, ott és amott - nem független események") Vetier András Valószínűségszámítás című jegyzetének 46. oldalán található problémában azt vizsgáljuk, hogy "esik-e eső az Budapesten", illetve "esik-e az eső a Balatonon". Itt most egy harmadik helyet is tekintünk: Bécset. Hipotetikus valószínűségértékeket rendeltünk a három-három város által felkínált 8 esethez:

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és a Balatonon esik és Bécsben esik}) = \frac{7}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és Balatonon esik és Bécsben nem esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és Balatonon nem esik és Bécsben esik }) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik és Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon esik és Bécsben nem esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon nem esik és Bécsben esik}) = \frac{1}{24}$$

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten nem esik és Balatonon nem esik és Bécsben nem esik}) = \frac{9}{24}$$

Mennyi a valószínűsége annak, hogy

a) $\mathbb{P}$(Budapesten esik)?

b) $\mathbb{P}$(Balatonon esik)?

c) $\mathbb{P}$(Bécsben esik)?

d) Egyik helyen sem esik az eső?

e) A három hely közül pontosan egy helyen esik az eső?

f) A három hely közül pontosan két helyen esik az eső?

g) Mind a három helyen esik az eső?

6. Eső itt, ott és amott - független események") Most három olyan várost tekintünk, amelyek egymástól nagyon messze vannak. Legyenek ezek: Budapest, New York és Tokio. A nagy távolságok miatt az időjárási viszonyokat egymástól függetleneknek tekinthetjük. Hipotetikus valószínűségértékeket rendeltünk a három mindegyikéhez:

$$\mathbb{P}(\text{Budapesten esik az eső}) = p$$

$$\mathbb{P}(\text{New York-ban esik az eső}) = q$$

$$\mathbb{P}(\text{Tokioban esik az eső}) = r$$

Mennyi a valószínűsége annak, hogy

a) Budapesten esik és New Yorkban esik és Tokioban esik?

b) Budapesten esik és New Yorkban esik és Tokioban nem esik?

c) Budapesten esik és New Yorkban nem esik és Tokioban esik?

d) Budapesten esik és New Yorkban nem esik és Tokioban nem esik esik?

e) Budapesten nem esik és esik és Tokioban esik esik?

f) Budapesten nem esik és New Yorkban esik és Tokioban nem esik esik?

g) Budapesten nem esik és New Yorkban nem esik és Tokioban esik?

h) Budapesten nem esik és New Yorkban nem esik és Tokioban nem esik?

i) Egyik helyen sem esik az eső?

j) A három hely közül pontosan egy helyen esik az eső?

k) A három hely közül pontosan két helyen esik az eső?

l) Mind a három helyen esik az eső?

m) Hogyan egyszerűsödnek a képletek, ha $p = q = r$?

n) Általánosítsa a képletet 4 város esetére, amikor az esőzés valószínűsége a 4 városban azonos!

o) Általánosítsa a képletet 5 város esetére, amikor az esőzés valószínűsége az 5 városban azonos!

p) Általánosítsa a képletet n város esetére, amikor az esőzés valószínűsége az n városban azonos!

7. (Nyelvvizsga) Egy ember, akinek nem erőssége az angol nyelv, addig próbálgatja a nyelvvizsgát letenni, amig végre sikerül átmennie. Tegyük fel, hogy ha $(n-1)$-szer már megbukott, akkor az n. vizsgán a sikerének a valószínűsége p_n, a kudarcának a valószínűsége q_n. Mennyi a valószínűsége annak, hogy

a) a siker eléréséhez pontosan k próbálkozásra van szüksége?

b) a siker eléréséhez több, mint k próbálkozásra van szüksége?

c) a siker eléréséhez több, mint k próbálkozásra van szüksége?

d) sosem (még végtelen sok próbálkozással sem) sikerül átmennie?

e) Megválaszthatóak-e a p_n, q_n számok úgy, hogy az előző kérdésben megfogalmazott esemény valószínűsége $\frac{2}{3}$ legyen?

f) Tegyük fel, hogy p_n nem függ n-től, azaz $p_n = p$. Hogyan egyszerűsödnek a fenti kérdésekre válaszul adott képletek?

Az alábbi sok kérdés igazából csak 6 kérdés, hiszen a nem-megvastagított kérdések csak a megvastagított kérdések megválaszolásának megkönnyítését szolgálják.

8. Először egy szabályos dobókockával dobunk, majd utána annyi érmével, ahányast a dobókockával dobtunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy

   a) az érmékkel kapott fejek száma pontosan 6?
   b) az érmékkel kapott fejek száma 0?
   c) az érmékkel kapott fejek száma pontosan 1?
   d) **az érmékkel kapott fejek száma pontosan 2?**

9. Először egy szabályos dobókockával dobunk, majd utána annyi érmével, ahányast a dobókockával dobtunk. **Feltéve, hogy az érmékkel kapott fejek száma pontosan 2, mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobókockával 4-est dobtunk?**

10. Egy szabályos dobókockával és egy érmével dobunk az első hatosig, illetve az első fejig. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ehhez

    a) a dobókockával pontosan 4, az érmével pontosan 1 dobásra van szükség?
    b) a dobókockával pontosan 4, az érmével pontosan 2 dobásra van szükség?
    c) a dobókockával pontosan 4, az érmével pontosan 3 dobásra van szükség?
    d) a dobókockával pontosan 4, az érmével ennél kevesebb dobásra van szükség?
    e) **a dobókockával kevesebb dobásra van szükség, mint az érmével?**
    f) a dobókockával pontosan i, az érmével pontosan j dobásra van szükség?
    g) **a dobókockával pontosan ugyanannyi dobásra van szükség, mint az érmével?**
    h) a dobókockával pontosan 1, az érmével pontosan 2 dobásra van szükség?
    i) a dobókockával pontosan 2, az érmével pontosan 4 dobásra van szükség?
    j) a dobókockával pontosan 3, az érmével pontosan 6 dobásra van szükség?
    k) **a dobókockával pontosan kétszer annyi dobásra van szükség, mint az érmével?**
    l) a dobókockával és az érmével összesen pontosan 2 dobásra van szükség?
    m) a dobókockával és az érmével összesen pontosan 4 dobásra van szükség?
    n) **a dobókockával és az érmével összesen pontosan k dobásra van szükség?**

11. Háromszor dobunk fel egy pénzérmét. Jelentse A azt az eseményt, hogy a dobások száma között fej és írás is előfordul, B pedig azt az eseményt, hogy legfeljebb 1 írás fordul elő. Függetlenek-e a fenti események egymástól?

2. Valószínűségi változók, nevezetes eloszlások

- *Indikátor eloszlás*:
  Egyetlen A kísérletet vegyünk és azt nézzük, hogy hányszor következik be. Mivel egyetlen egyszer végezzük el a kísérletet, ezért a bekövetkezések számát X-szel jelölve két eset lehetséges: A bekövetkezik, azaz $X = 1$ vagy $\overline{A}$ következik be, azaz $X = 0$. Ezekre a valószínűség legyen: $\mathbb{P}(X = 1) = p$ és $\mathbb{P}(X = 0) = 1 - p$
  Például: egy kockadobással kapcsolatban A a hatos dobás eseménye, akkor $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{6}$, vagyis $\mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{6}$ és $\mathbb{P}(X = 0) = \frac{5}{6}$.

- *Diszkrét egyenletes eloszlás*:
  n érték közül mindegyik ugyanakkora valószínűséggel, vagyis $\frac{1}{n}$ valószínűséggel következik be. Például egy szabályos kockával való dobás értékei: $\mathbb{P}(X=1)=\mathbb{P}(X=2)=\cdots=\mathbb{P}(X=6)=1/6$

- *Binomiális eloszlás*:
  Tipikus példa egy pénzdobás sorozatban a fejek száma. Ha n-szer dobtunk fel egy érmét, amely p valószínűséggel fej, akkor annak a valószínűsége, hogy pontosan k db fej van a dobások között:

  $$\mathbb{P}(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

  Például: Pontosan 3 hatost dobunk 20 dobásból: $\mathbb{P}(X=3)=\binom{20}{3}(1/6)^3(5/6)^{17}$

- *Geometriai eloszlás (optimista)*:
  Hányadik dobásra jön elő az első hatos? $\mathbb{P}(X=k)=(5/6)^{k-1}(1/6)$. Általánosabban: optimista p paraméterű geometriai eloszlású az a valószínűségi változó, ami a siker első előfordulásáig szükséges kísérletek számát számolja (a sikeres kísérlettel együtt), ahol a független kísérletekben a siker valószínűsége p:
  $\mathbb{P}(X=k)=(1-p)^{k-1}p$.

- *Geometriai eloszlás (pesszimista)*:
  Hányat dobok az első hatos dobás előtt? $\mathbb{P}(X=k)=(5/6)^k(1/6)$. Általánosabban: pesszimista p paraméterű geometriai eloszlású az a valószínűségi változó, ami az első sikerig bekövetkezett kudarcokat számolja, ahol a független kísérletekben a siker valószínűsége p: $\mathbb{P}(X=k)=(1-p)^kp$.

- *Hipergeometrikus eloszlás*:
  A piros, és B fehér golyó közül húzunk n darabot. Annak a valószínűsége, hogy pontosan k db piros golyót húzzunk ki:

  $$\mathbb{P}(X=k)=h_{A,B,n}(k)=\frac{\binom{A}{k}\binom{B}{n-k}}{\binom{A+B}{n}}$$

  Például: A 2 találat valószínűsége az ötös lottón: $\mathbb{P}(X=2)=\frac{\binom{5}{2}\binom{85}{3}}{\binom{90}{5}}$

- *Negatív binomiális eloszlás (optimista)*:
  Hányadikra jön ki a harmadik hatos? $\mathbb{P}(X=k)=\binom{k-1}{2}(1/6)^2(5/6)^{k-3}(1/6)=$
  $\binom{k-1}{2}(1/6)^3(5/6)^{k-3}$. Általánosabban: NBIN$(l,p)$: siker valószínűsége p, a valószínűségi változó azt számolja, hányszor kell a kísérlet elvégezni, hogy megkapjuk az l. sikert. $\mathbb{P}(X=k)=\binom{k-1}{l-1}p^l(1-p)^{k-l}$

- *Negatív binomiális eloszlás (pesszimista)*:
  Hányat dobok a harmadik hatos dobás előtt? $\mathbb{P}(X=k)=\binom{k}{2}(1/6)^2(5/6)^{k-2}(1/6)=$
  $\binom{k}{2}(1/6)^3(5/6)^{k-2}$. Általánosabban: NBIN$(l,p)$: siker valószínűsége p, a valószínűségi változó azt számolja, hány kísérlet előzi meg az l. sikert. $\mathbb{P}(X=k)=\binom{k}{l-1}p^l(1-p)^{k-l+1}$

12. Addig dobunk két kockával, amíg a két kockán lévő számjegyek összege 12 nem lesz.

    a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan nyolcszor dobunk 12-nél kisebb összeget, mielőtt kidobnánk a 12-t? Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan k-szor dobunk 12-nél kisebb összeget? Mennyi a dobások számának legvalószínűbb értéke?

    b) Mennyi a valószínűsége, hogy nyolcszor dobunk a kockákkal? Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan k-szor dobunk a kockákkal? Mennyi a dobások számának legvalószínűbb értéke?

13. Egy (szabálytalan) pénzérmét dobunk fel annyiszor, amíg fejet nem kapunk. Ha a fej dobás valószínűsége p, akkor mennyi a valószínűsége, hogy

a) pont k-szor dobunk a fej előtt?

b) pont k-szor dobunk az érmével?

Határozzuk meg k legvalószínűbb értékét mindkét esetben.

14. 100 kulcs közül csak 1 nyitja az előttünk lévő ajtót. A sötétben nem látjuk, hogy melyik kulcsot próbáltuk már ki, így a próbálgatások során többször is a kezünkbe kerülhet ugyanaz kulcs. Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 50 próbálkozással kinyitjuk az ajtót? És ha a kipróbált kulcsokat félretesszük?

15. 100 kulcs közül 2 nyitja az előttünk lévő ajtót. A kipróbált kulcsokat félretesszük. Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 50 próbálkozásból bejutunk? És mi a valószínűsége, hogy pontosan n próbálkozásból jutunk be? Melyik a legvalószínűbb n.

16. Dobogatok a kockával és vonásal számolom, hogy hány hatost dobtam. Mi a valószínűsége, hogy a 12. dobásra húzom a harmadik vonást? Ha azt számolnám ki, hogy mennyi a valószínűsége, hogy 12-szer dobok hatostól különbözőt, mire kidobom a harmadik hatost, akkor az az előző eredménytől különbözne?

17. Pisti nem tanult semmit a vizsgára, ahol 10 darab eldöntendő kérdésre kell válaszolnia. Az anyagból valami kicsi dereng, ezért kicsit több, mint 50%-os, mondjuk olyan 60%-os valószínűséggel ír jó választ egy-egy kérdésre. Milyen valószínűséggel megy át, ha a ketteshez 8 jó válasz kell?

18. Blicc úr minden nap villamossal megy dolgozni, de nincs bérlete, sem jegye. A villamosra minden nap 0,2 valószínűséggel száll fel ellenőr, és ilyenkor 0,95 valószínűséggel elkapja Blicc urat. (Az ellenőr minden nap az addigiaktól függetlenül dönti el, ellenőrzi-e aznap Blicc úr villamosát.)

    a) Mennyi a valószínűsége, hogy Blicc úrnak "szerencsés hete" van, azaz az 5 munkanap egyikén sem kell büntetést fizetnie?

    b) Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan kétszer kapják el egy hét munkanapjai alatt?

    c) Feltéve, hogy Blicc úrnak "szerencsés hete" volt, mi a valószínűsége, hogy mind az ötször volt ellenőr a villamoson?

    d) Mi a valószínűsége hogy csütörtökön büntetik meg másodszor?

19. Egy rozsomák elindul a számegyenes origójából. Minden lépésnél 1/2 valószínűséggel jobbra, 1/2 valószínűséggel balra lép. 20 lépés megtétele után

    a) milyen valószínűséggel lesz a 0-ban?

    b) milyen valószínűséggel lesz az 1-ben?

    c) milyen valószínűséggel lesz a (-2)-ben, ha az utolsó előtti lépés után a (-3)-ban volt?

20. Egy 30 fős osztályban 17 lány van. Véletlenszerűen kiválasztanak az osztályból egy 12 fős csapatot, egy vetélkedőre. Legyen a csapatba került lányok száma X. $\mathbb{P}(X = 7) =$? A legvalószínűbb esetben hány lány kerül a csapatba?

21. 80 üveg bor van egy borospincében össze-vissza ebből 30 fehér. A vendégek a fogadóstól 3 üveg fehér és 7 vörösbort rendelnek, de pincében kiégett a villany. A fogadós véletlenszerűen kiválaszt 10 üveget. Mi a valószínűsége, hogy minden vendég kap neki megfelelő itókát?

22. Van két érmém, az egyik igazságos érme, a másik cinkelt, de ránézésre nem tudom őket megkülönböztetni egymástól. A cinkelt érme 3/4 valószínűséggel mutat fejet. Előveszem az egyik érmét a zsebemből, 1/2 eséllyel az igazságosat, 1/2 eséllyel a cinkeltet. A kiválasztott érmét feldobom 30-szor, és azt tapasztalom, hogy 25-ször mutatott fejet. Mi a valószínűsége, hogy a cinkelt érmét vettem elő?

23. Egy dobozban N darab cédula van 1-től N-ig megszámozva. Visszatevés nélkül húzunk n-szer, majd a kihúzott számokat nagyság szerint sorba rakjuk. Tekintsük a nagyság szerinti

a) legkisebbet
b) legnagyobbat
c) 2. legkisebbet
d) 3. legkisebbet
e) s. legkisebbet.

Határozza meg ezeknek a valószínűségi változóknak az eloszlását: adja meg a súlyfüggvénynek a képletét! Határozza meg az eloszlás móduszát!

24. Egy dobozban A darab piros és B darab fehér golyó van. Visszatevés nélkül húzok az r. pirosig. Adjuk meg a súlyfüggvény képletét!

25. Egymás után kérdezgetjük az embereket a születésnapjukról: melyik hónap hányadikán születtek.

    a) Hányadik embernél adódik az első olyan születésnap, ami már korábban szerepelt? Határozza meg ennek a valószínűségi változónak az eloszlását: adja meg a súlyfüggvénynek a képletét! Határozza meg az eloszlás móduszát!
    b) Hányadik embernél adódik a második olyan születésnap, ami már korábban szerepelt? Határozza meg ennek a valószínűségi változónak az eloszlását: adja meg a súlyfüggvénynek a képletét!

26. Határozza meg egy másodrendű negatív binomiális eloszlás móduszát!

27. Határozza meg egy r-ed rendű negatív binomiális eloszlás móduszát!

28. Határozza meg egy hipergeometrikus eloszlás móduszát!

29. A vidámparkban a céllövöldében játszom. Egymás után vonulnak fel a célpontok, mindegyiket egymástól függetlenül 2/3 valószínűséggel eltalálom. Mennyi a valószínűsége, hogy 6 célzásból pontosan 4-et találok el? Mennyi a valószínűsége, hogy 2-nél többet találok el, de azért nem az összeset?

30. Egy osztályban 22 tanuló van. Egy órára 8-an nem készültek, és 7-en felelnek. Adjuk meg a készületlen felelők számának eloszlását! Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan 2 készületlen felelő lesz?

31. Egy gyárban futószalag szállítja az alkatrészeket. A futószalag leáll, ha selejtes termék érkezik. A termékek 2%-a selejtes. Mi az eloszlása annak a valószínűségi változónak, ami azt számolja, hogy

    a) hányszor állt le a szalag az n. termékig (őt is beleértve)?
    b) hány terméket gyártott a gép az n. leállásig?
    c) hány terméket szállított két leállás között?
    d) hány leállás történt egymás után anélkül, hogy egyetlen jó termék is keletkezett volna? (Selejtszéria hossza)

32. 400 hallgató mindegyike egymástól függetlenül 0.6 valószínűséggel jár órára. A teremben 200 db szék van.

    a) Mi a valószínűsége, hogy mindenkinek jut szék?
    b) Hány szék kell, hogy biztosan (1 valószínűséggel) mindenkinek jusson szék?

33. Van két érmém, az egyik igazságos érme, a másik cinkelt, de ránézésre nem tudom őket megkülönböztetni egymástól. A cinkelt érme 3/4 valószínűséggel mutat fejet. Előveszem az egyik érmét a zsebemből, 1/2 eséllyel az igazságosat, 1/2 eséllyel a cinkeltet, és odaadom Nektek. 30 dobás után el kell döntenetek, melyik érme volt, amit elővettem. Hol húznátok meg a döntési határt? (A 30 dobás közül hány fej az a maximális, amikor még az igazságos érmére tippelnétek?)

34. Mi a valószínűsége, hogy 0,1,2,3,4,5 találatom lesz a LOTTÓ-n?

35. Mi a valószínűsége, hogy 11,12,13,13+1 találatom lesz a TOTÓ-n ha felteszem hogy minden választ 1/3 valószínűséggel tudok?

36. Valaki egy LOTTÓ szelvénnyel játszik. Legalább hány hétig kell játszania ahhoz, hogy a hármas, négyes, ötös valószínűsége legalább 1/2 legyen? (Ez 3 különálló kérdés.)