

Matematika B4

V. gyakorlat

2005. október 12., 14.

1. Bevezető kérdések

1. Adjuk meg a kockadobás eredményeképp adódó szám négyzetének várható értékét!

2. Több dimenziós valószínűségi változók

Két dimenziós eloszlás esetén a $t(X, Y)$ függvény várható értékét a következőképpen számoljuk:

$$\sum_x \sum_y t(x, y)P(X = x \text{ és } Y = y)$$

speciálisan XY szorzat várható értéke:

$$\sum_x \sum_y xyP(X = x \text{ és } Y = y)$$

Feladatok:

2. A csodaszám generátorunkkal generálunk egy egyenletes eloszlású számot 1 és 4 között. Az eredményt jelöljük X -szel. A csodaszám generátoromat újra beüzemelve újfent generálok egy egyenletes eloszlású számot, ezúttal 1 és X között, jelöljük az eredményt Y -nal. Adjuk meg Y eloszlását! Számoljuk ki XY várható értékét!
3. A polcon 8 db könyv van. Végigmegyek a könyveken, és minden könyvet $1/3$ valószínűséggel leveszek a polc-ról, és beteszek egy kosárba. A kosárban lévő könyvek közül mindegyiket $1/4$, $1/4$ valószínűséggel kidobom az ablakon. Adja meg a kosárban maradt könyvek eloszlását!
4. Átlagosan 150 kocsival halad el óránként az ablakom alatt. Átlagosan minden ötödik autó piros. Adjuk meg a 2 óra alatt az ablakom alatt elhaladó piros és nem piros autók számának eloszlását!
5. Szabályos érmével és kockával dobunk. Jelölje X az első fej dobásának, Y az első 6-os dobásnak sorsszámát. Mi a valószínűsége, hogy $Y - X = 2$? Számoljuk ki általános esetre, azaz annak a valószínűséget, hogy $Y - X = k$?

3. Polinomiális és polihipergeometrikus eloszlás

Feladatok:

6. Egy ládában van 15 piros, 30 zöld és 40 sárga golyónk. Visszatevéssel húzunk 10 darab golyót. Mi a valószínűsége, hogy 3 piros és 2 zöld található a kihúzott golyók között? És mi a valószínűsége, hogy 5 sárgát húztunk ki?

7. Oldjuk meg az előző feladatot úgy, hogy visszatevés nélkül húzunk! Írjuk fel mindkét esetben az általános formulát.
8. Mi a valószínűsége, hogy az ötösloton a kihúzott számok közül éppen kettő nem nagyobb, mint 20, és éppen 2 nagyobb, mint 60?

4. Konvolúciók

1. Mi a valószínűsége, hogy két kockával dobva a dobások összege 6?
9. Számoljuk ki X, Y független valószínűségi változók összegének eloszlását, ahol
 - a) X egy 4-edrendű p paraméterű, Y egy 3-adrendű p paraméterű binomiális eloszlású valószínűségi változó
 - b) X és Y egyaránt egy p paraméterű pesszimista geometriai eloszlású valószínűségi változók
 - c) X és Y pesszimista negatív binomiális valószínűségi változók $4, p$, illetve $7, p$ paraméterekkel.
10. Konvolváljunk két p paraméterű független indikátor valószínűségi változót (azaz p valószínűséggel 1-ek, $1 - p$ valószínűséggel 0-k).
11. Konvolváljunk három p paraméterű független indikátor valószínűségi változót. Mi a helyzet, ha n db független azonos paraméterű indikátor típusú valószínűségi változót összegzünk?