

Káosz és fraktálok

Móra Péter

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Kutatók éjszakája, 2008. szeptember 26.

Fraktálok

Fraktálok

A fraktál kifejezést Mandelbrot vezette be a 70-es években.

Fraktálok

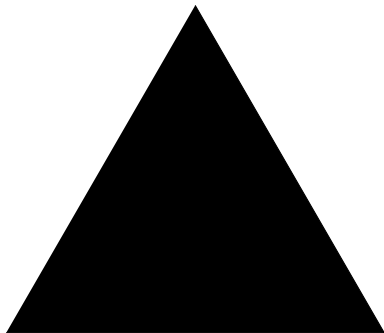
A fraktál kifejezést Mandelbrot vezette be a 70-es években.

Ebben az előadásban a legismertebb fraktálok közül a következőkről lesz szó:

- Sierpiński-háromszög, Koch-görbe, Bransley páfránya
- általában az iterált függvényrendszerek attraktorai
- Mandelbrot-perkoláció
- Mandelbrot-halmaz
- Brown-mozgás
- digitális napóra

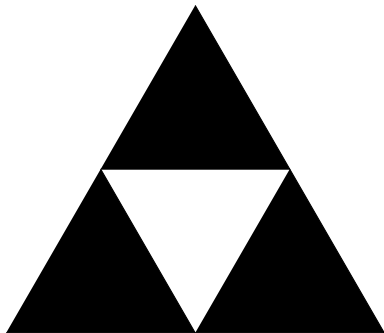
Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



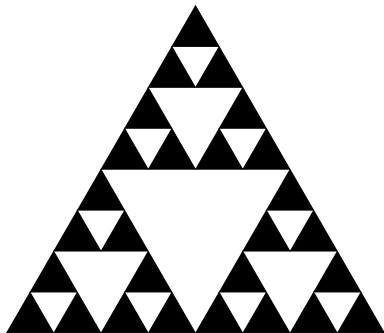
Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



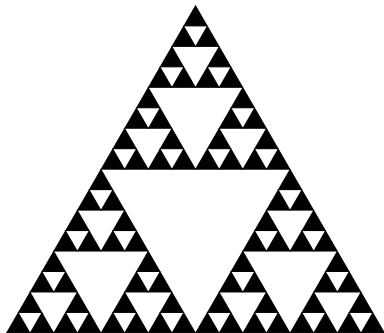
Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



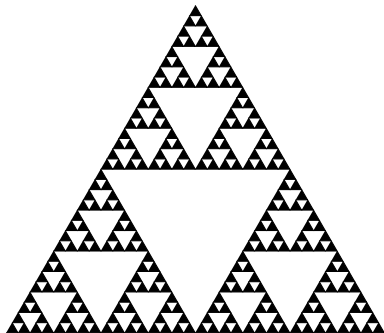
Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



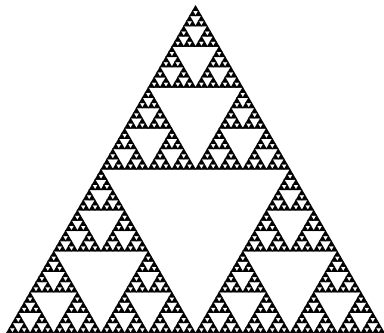
Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



Sierpiński-háromszög

Az egyenlő oldalú háromszögből elhagyjuk az oldalfelezők által meghatározott háromszöget. A megmaradó 3 db háromszögre ezt a lépést iteráljuk. A végtelen sok lépés után megmaradó halmazt nevezzük Sierpiński háromszögnek. (Wacław Sierpiński, 1915)



Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója?

1x

Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója?

1x

2x

Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$\underline{1x}$$

$$\begin{array}{c} 2x \\ \hline 1x \quad 1x \end{array}$$

Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$2 = 2^1$$

$$\frac{1x}{\text{---}}$$

$$\frac{2x}{\text{---}}$$

1x 1x

Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$2 = 2^1 \Rightarrow \text{dimenzió: } 1$$

$$\underline{1x}$$

$$\begin{array}{c} 2x \\ \hline 1x \quad 1x \end{array}$$

Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$2 = 2^1 \Rightarrow \text{dimenzió: } 1$$

$$\frac{1x}{\quad}$$

$$\frac{2x}{\frac{1x}{\quad} \frac{1x}{\quad}}$$

Mekkora egy négyzet dimenziója?

$$\frac{1x}{\quad}$$


Dimenzió

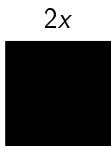
Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$2 = 2^1 \Rightarrow \text{dimenzió: } 1$$

$$\frac{1x}{\quad}$$

$$\frac{2x}{\begin{array}{cc} 1x & 1x \end{array}}$$

Mekkora egy négyzet dimenziója?



Dimenzió

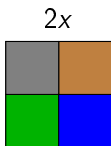
Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$2 = 2^1 \Rightarrow \text{dimenzió: } 1$$

$$\frac{1x}{\quad}$$

$$\frac{2x}{\begin{array}{cc} 1x & 1x \end{array}}$$

Mekkora egy négyzet dimenziója? A kétszerese 4 db négyzet uniója.



Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

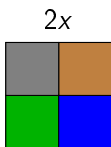
$$2 = 2^1 \Rightarrow \text{dimenzió: } 1$$

$$\frac{1x}{\quad}$$

$$\frac{2x}{\begin{array}{cc} 1x & 1x \end{array}}$$

Mekkora egy négyzet dimenziója? A kétszerese 4 db négyzet uniója.

$$4 = 2^2$$



Dimenzió

Mekkora egy szakasz dimenziója? A kétszerese 2 db szakasz uniója.

$$2 = 2^1 \Rightarrow \text{dimenzió: } 1$$

$$\frac{1x}{\quad}$$

$$\frac{2x}{\begin{array}{cc} 1x & 1x \end{array}}$$

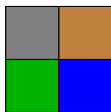
Mekkora egy négyzet dimenziója? A kétszerese 4 db négyzet uniója.

$$4 = 2^2 \Rightarrow \text{dimenzió: } 2$$

1x

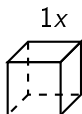


2x



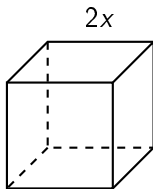
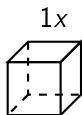
Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója?



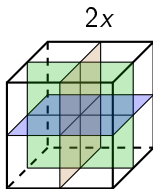
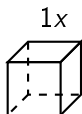
Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója?



Dimenzió

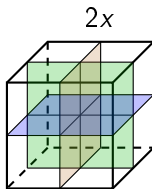
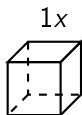
Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

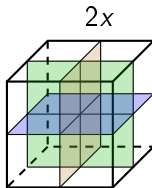
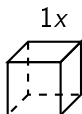
$$8 = 2^3$$



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

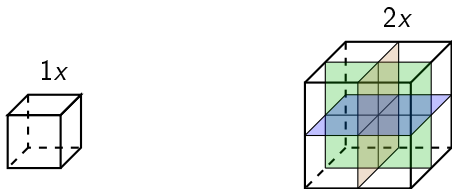
$$8 = 2^3 \Rightarrow \text{dimenzió: } 3$$



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

$$8 = 2^3 \Rightarrow \text{dimenzió: } 3$$



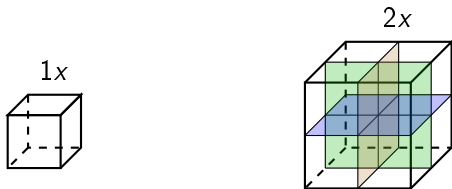
Mekkora a Sierpiński-háromszög dimenziója?



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

$$8 = 2^3 \Rightarrow \text{dimenzió: } 3$$



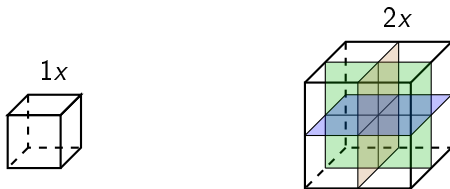
Mekkora a Sierpiński-háromszög dimenziója?



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

$$8 = 2^3 \Rightarrow \text{dimenzió: } 3$$



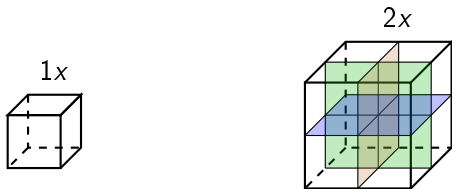
Mekkora a Sierpiński-háromszög dimenziója? A kétszerese 3 db Sierpiński-háromszög uniója.



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

$$8 = 2^3 \Rightarrow \text{dimenzió: } 3$$



Mekkora a Sierpiński-háromszög dimenziója? A kétszerese 3 db Sierpiński-háromszög uniója.

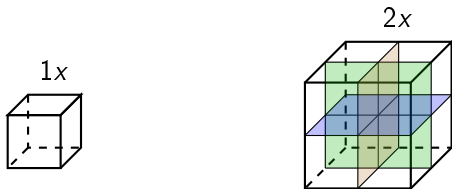
$$3 = 2^?$$



Dimenzió

Mekkora egy kocka dimenziója? A kétszerese 8 db kocka uniója.

$$8 = 2^3 \Rightarrow \text{dimenzió: } 3$$



Mekkora a Sierpiński-háromszög dimenziója? A kétszerese 3 db Sierpiński-háromszög uniója.

$$3 = 2^{\log 3 / \log 2} \Rightarrow \text{dimenzió: } \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1.585$$



Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)

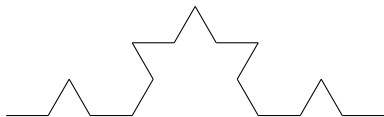
Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)



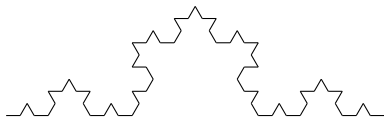
Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)



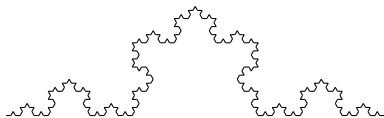
Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)



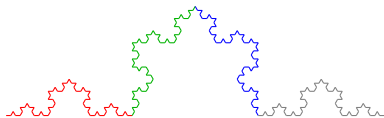
Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)



Koch-görbe

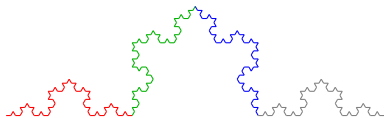
Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)



dimenzió: $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$

Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)

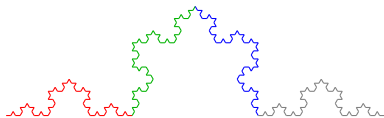


dimenzió: $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$

Mi történt? Hogyan lehet nagyobb a dimenzió 1-nél? Az iterációt egy szakaszon kezdtük.

Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)



dimenzió: $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$

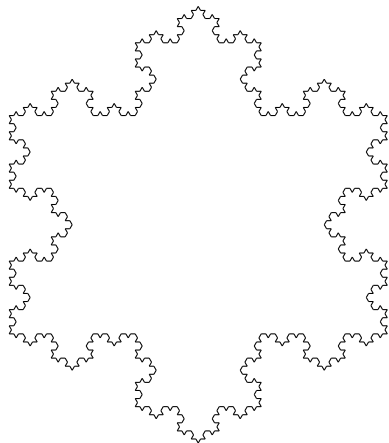
Mi történt? Hogyan lehet nagyobb a dimenzió 1-nél? Az iterációt egy szakaszon kezdtük.

A vonal hossza a következőképpen változik:

$$1, \frac{4}{3}, \left(\frac{4}{3}\right)^2, \left(\frac{4}{3}\right)^3, \left(\frac{4}{3}\right)^4, \dots$$

Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)

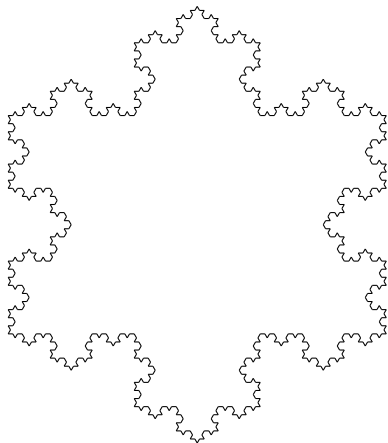


dimenzió: $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$

Hópihe fraktál

Koch-görbe

Egy egységnyi szakasszal kezdjük az iterációt. Minden szakasz középső harmadát cseréljük ki az ábrán látható módon.
(Helge von Koch, 1904.)

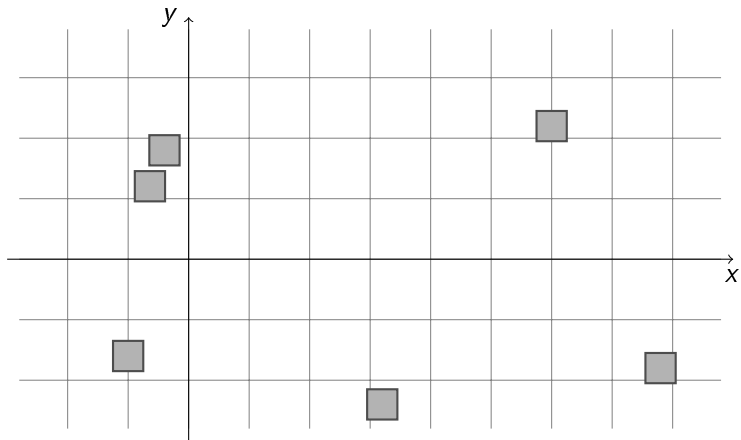


dimenzió: $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$

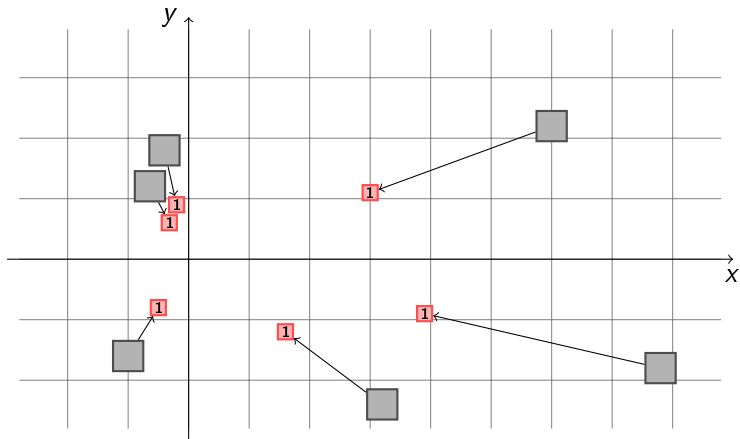
Hópihe fraktál

Érdekesség: A közelítés alapján Nagy-Britannia déli partjának dimenziója: 1.25

Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

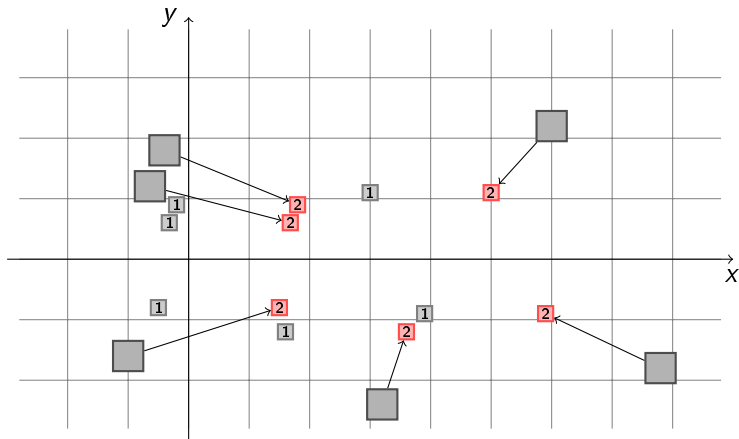


Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

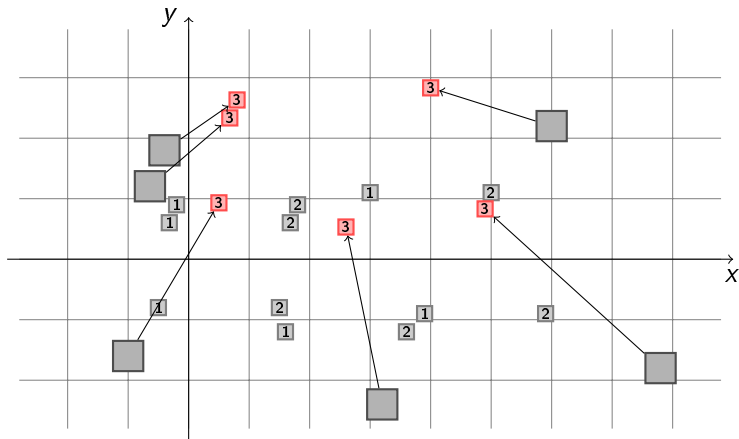
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

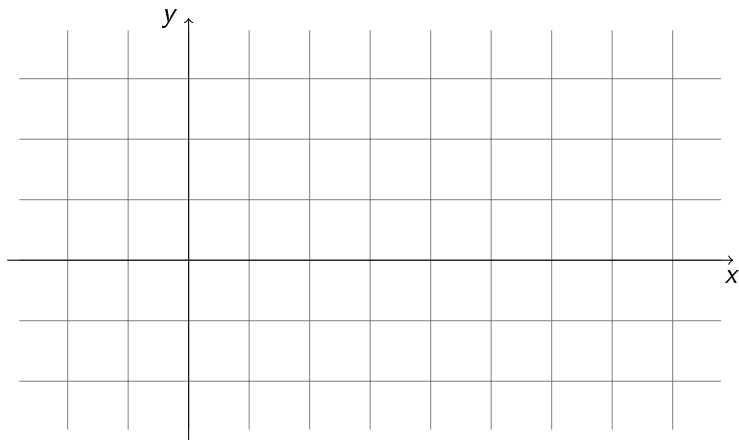
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

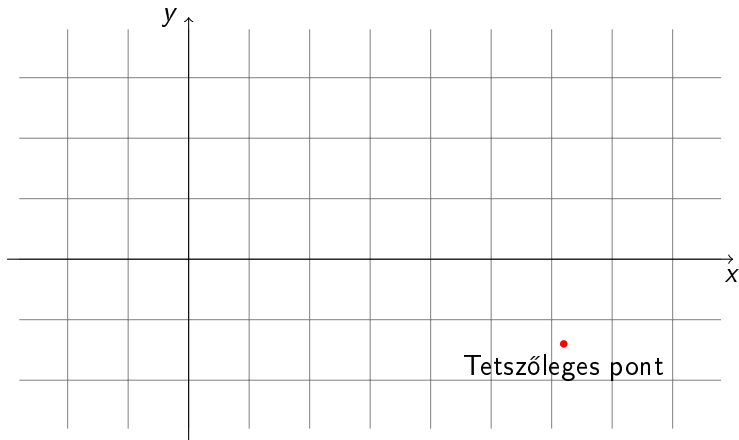
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játékok



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

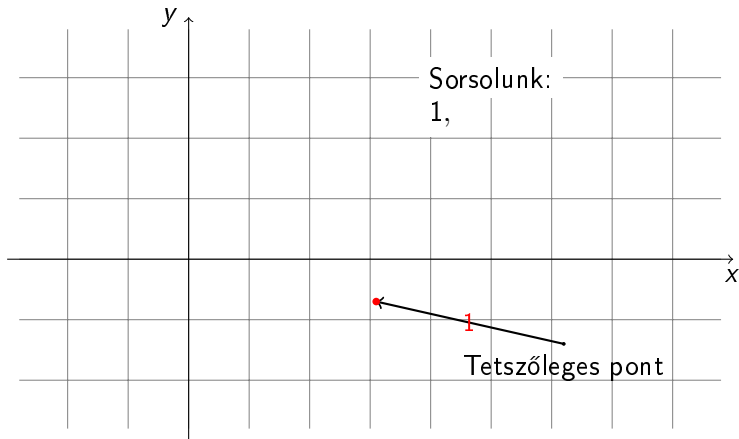
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játékok



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

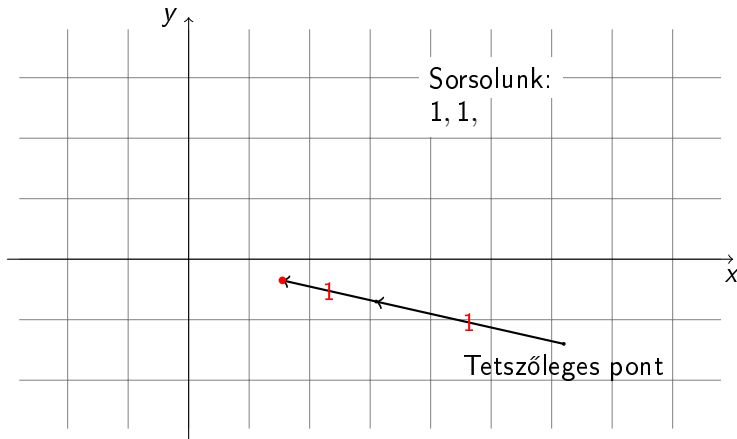
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játékok



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

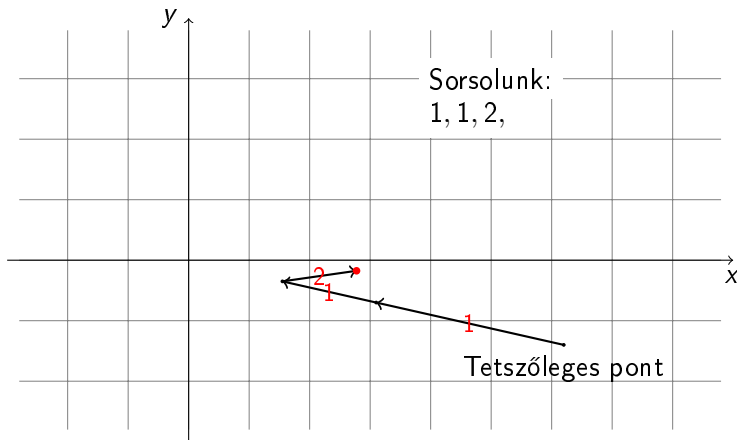
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

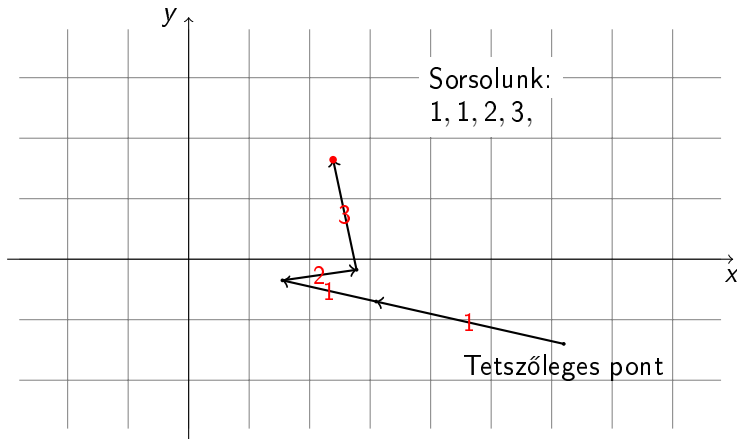
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játékok



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

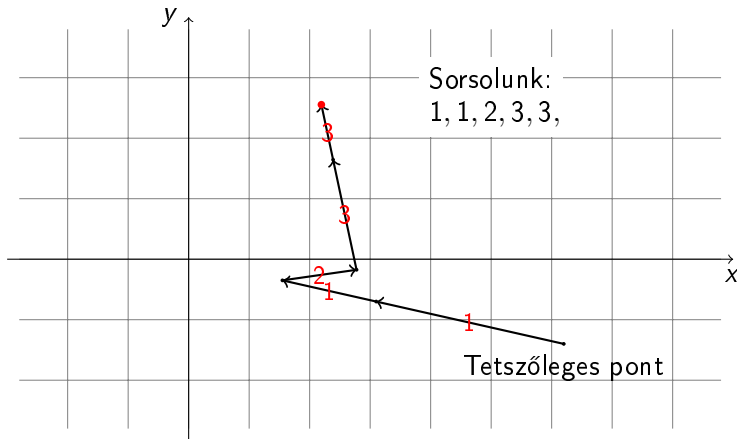
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játékok



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

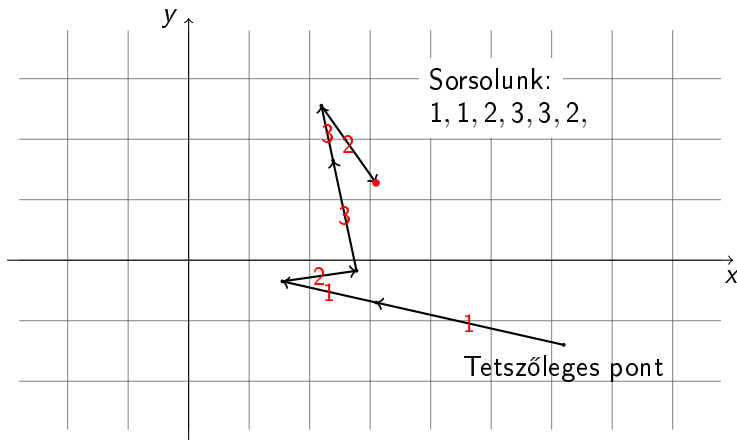
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

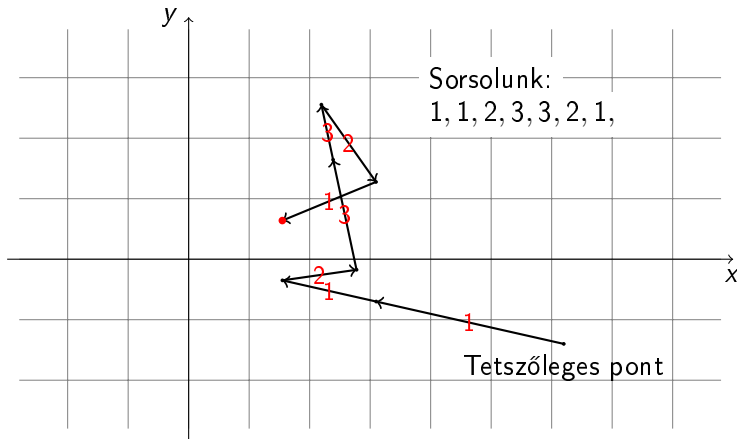
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

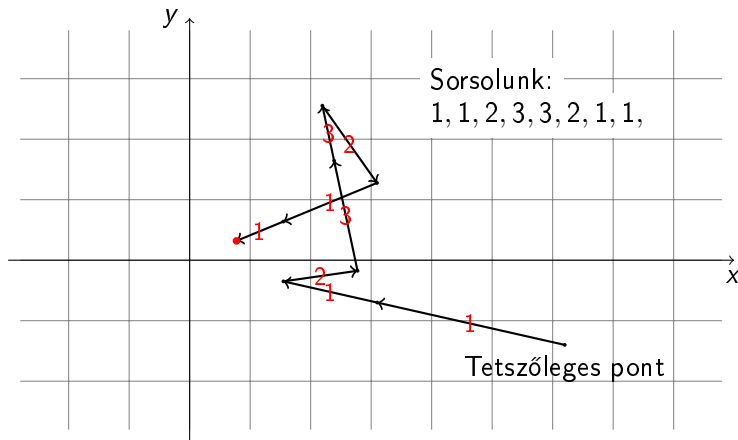
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

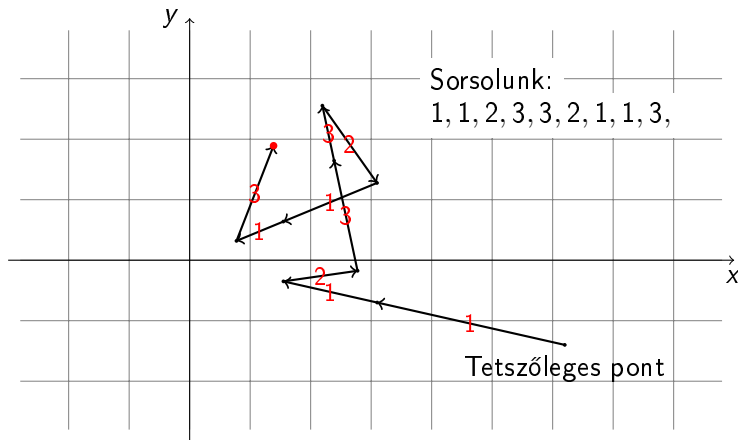
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

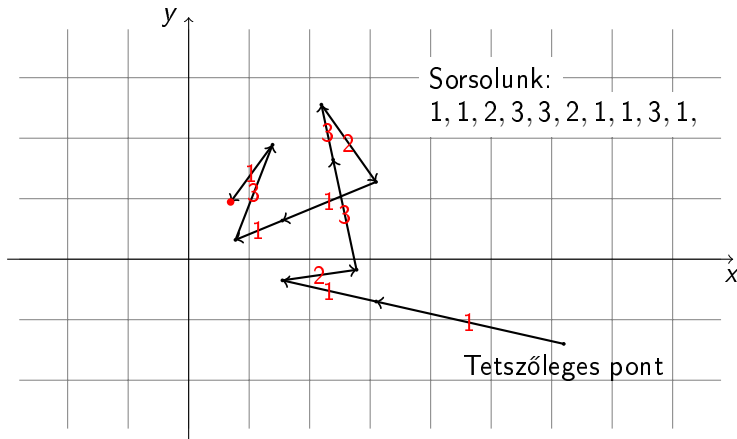
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

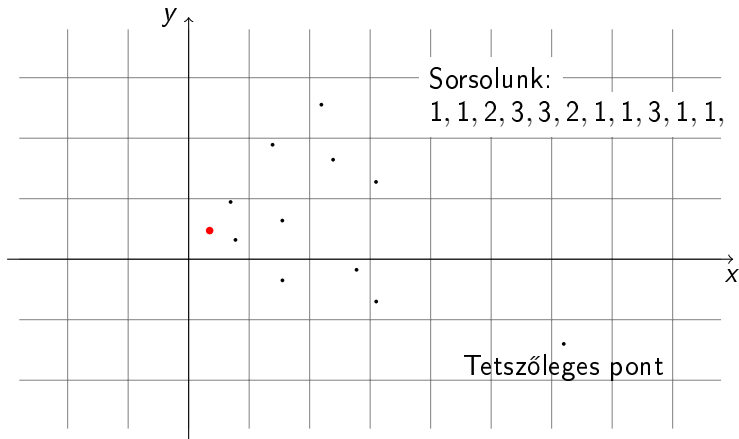
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

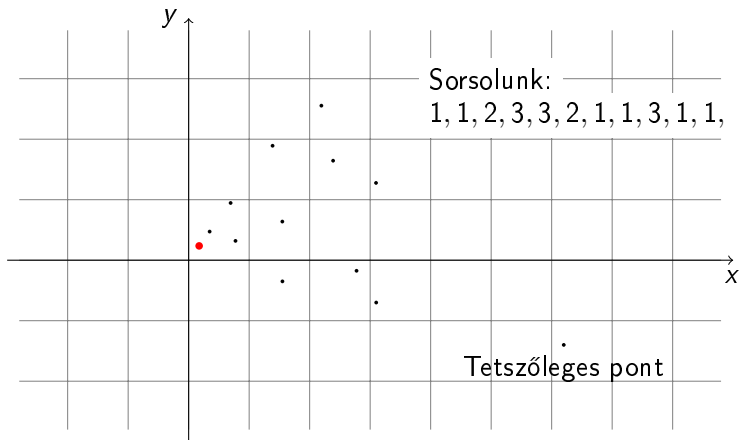
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

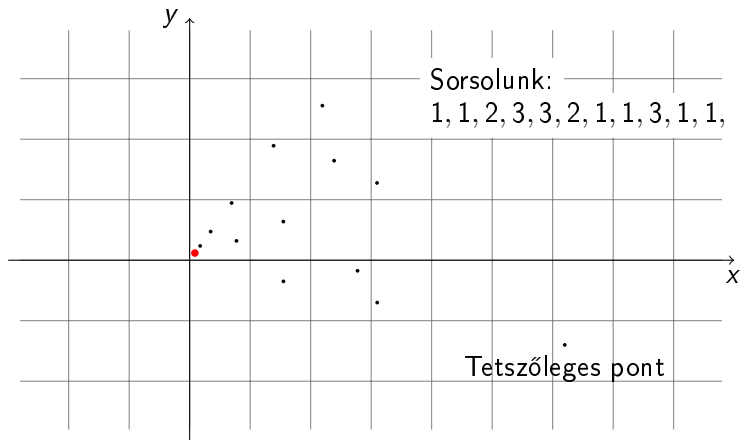
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

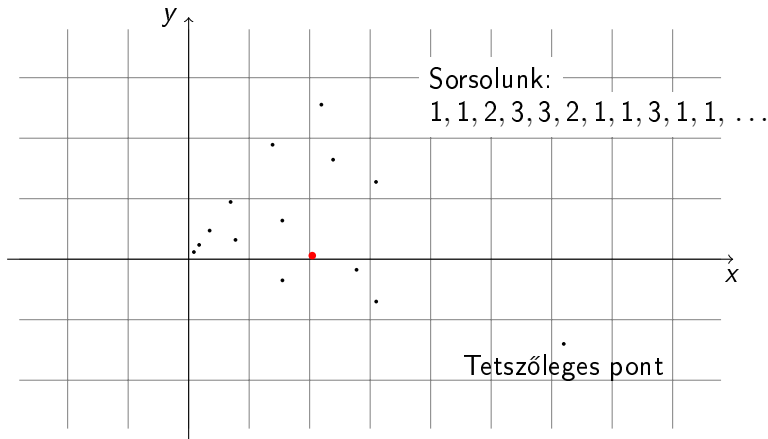
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

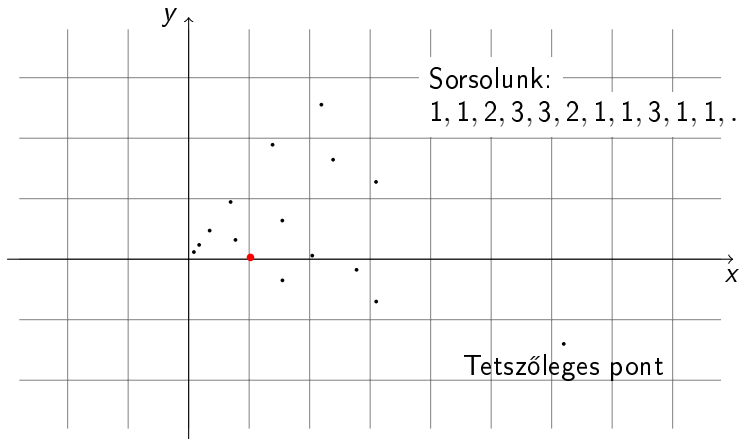
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

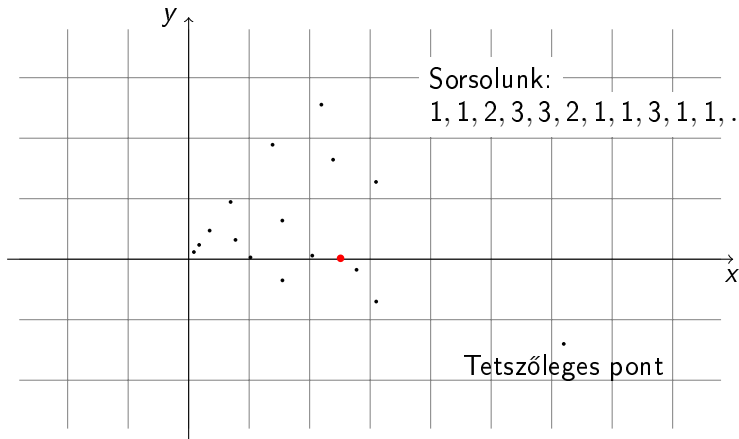
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

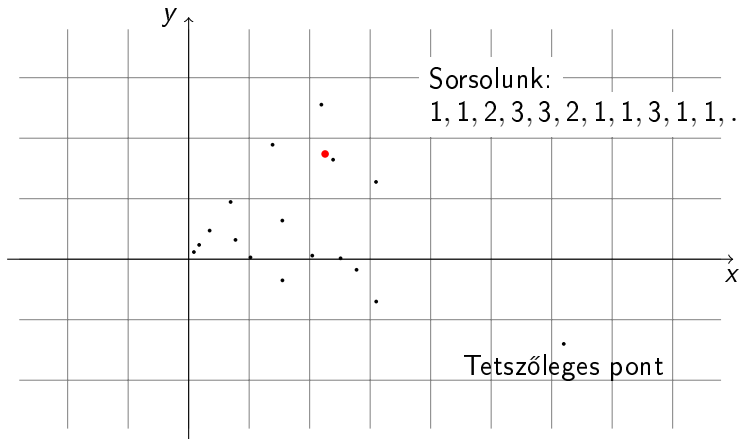
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

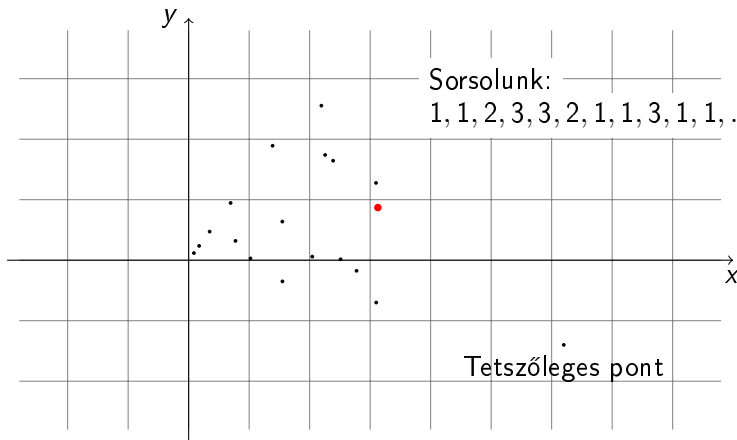
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

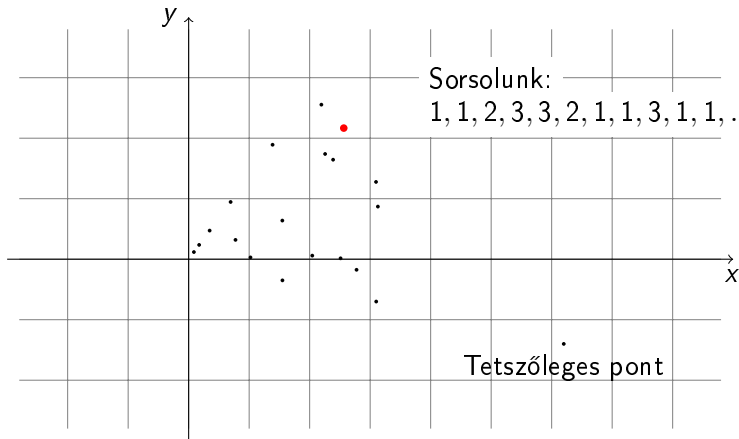
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

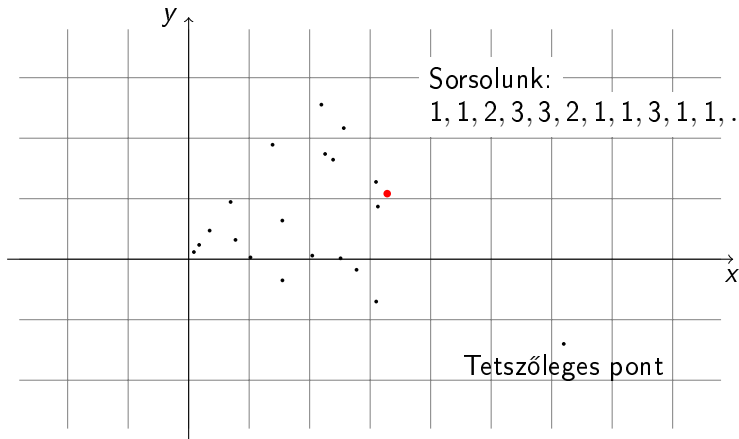
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

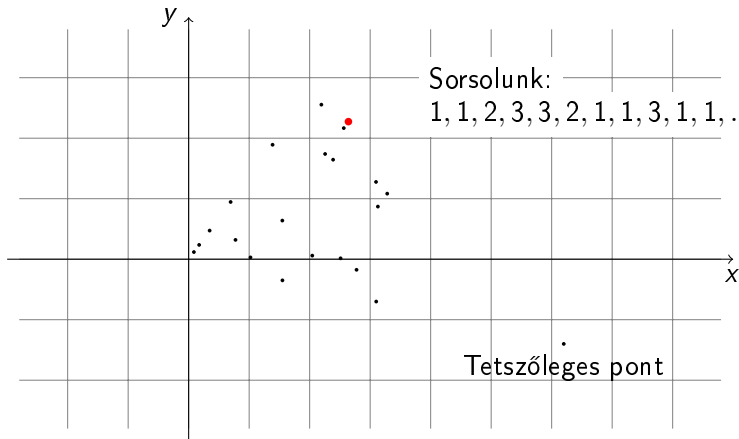
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

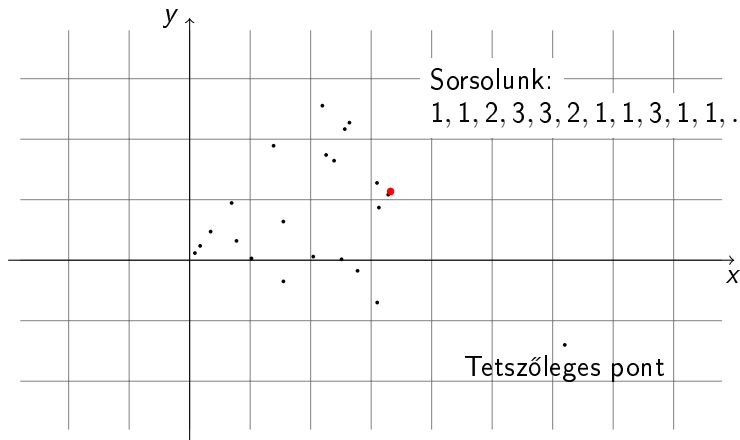
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

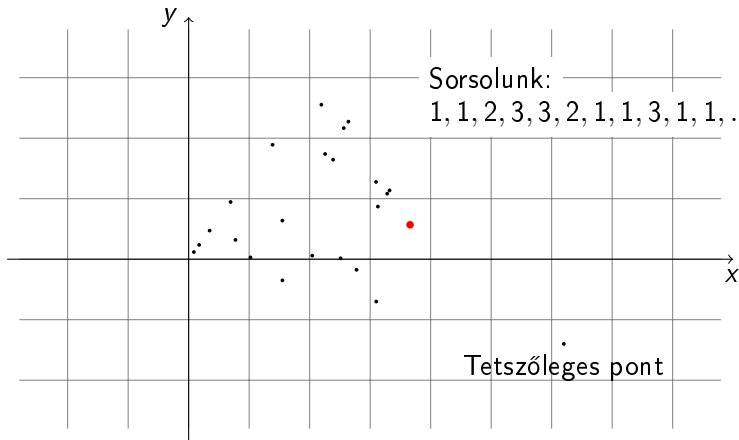
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

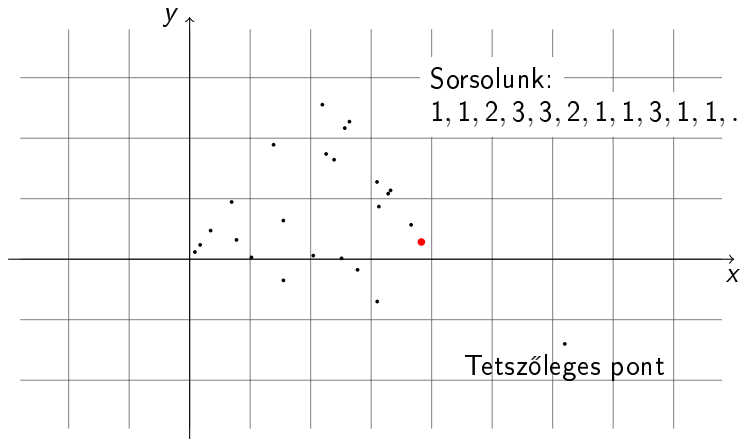
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

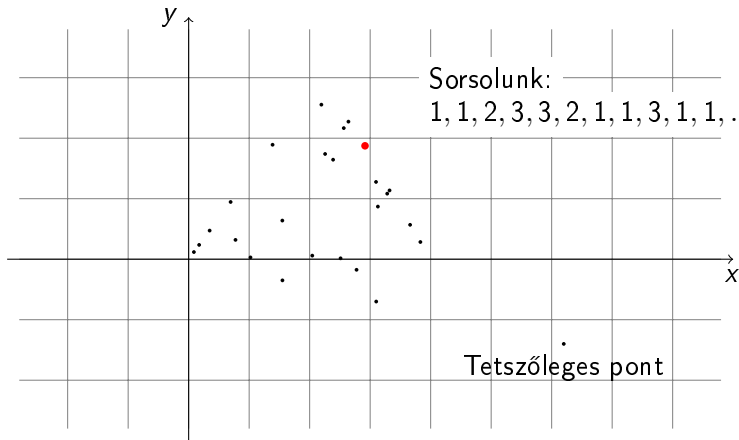
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

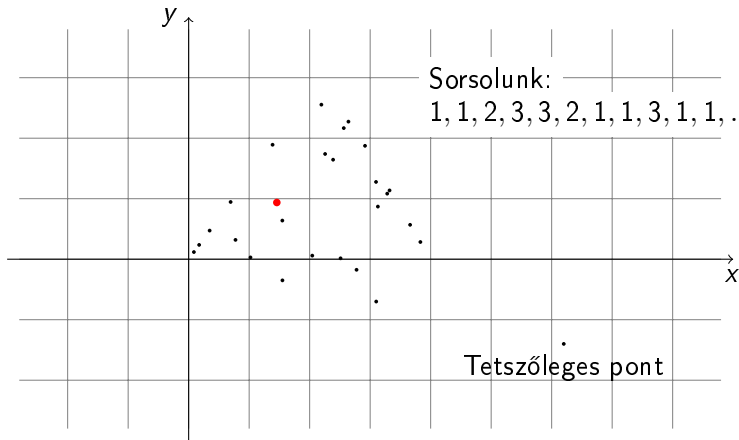
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

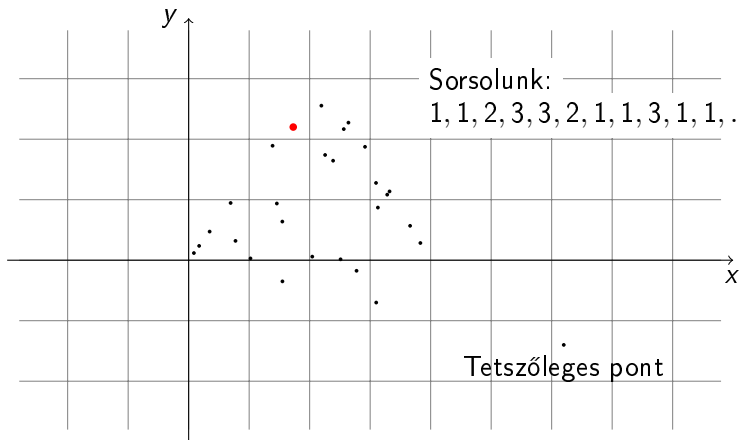
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

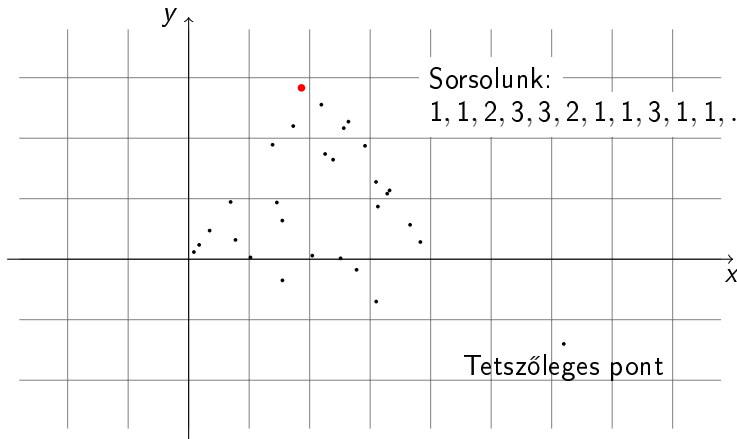
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

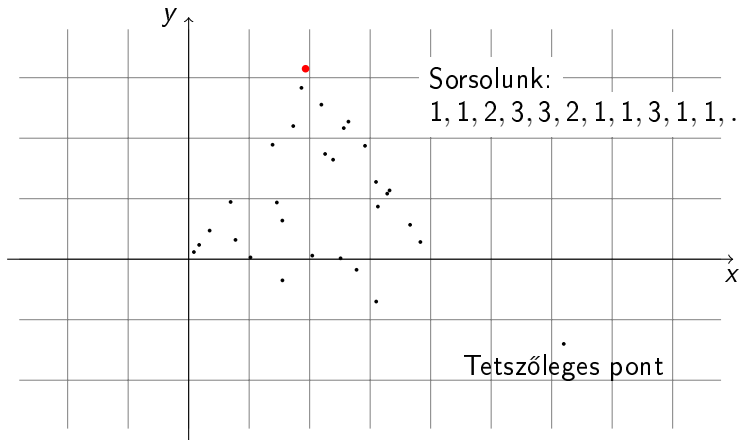
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

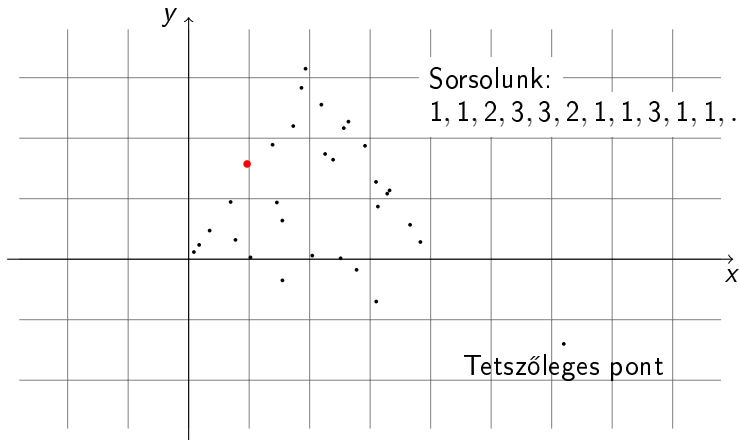
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

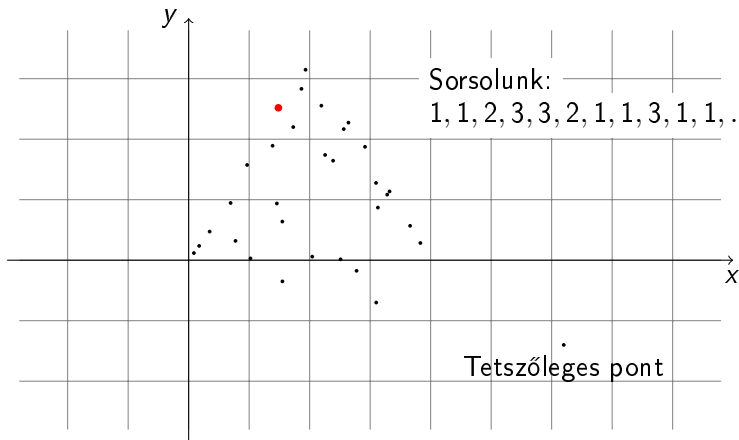
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

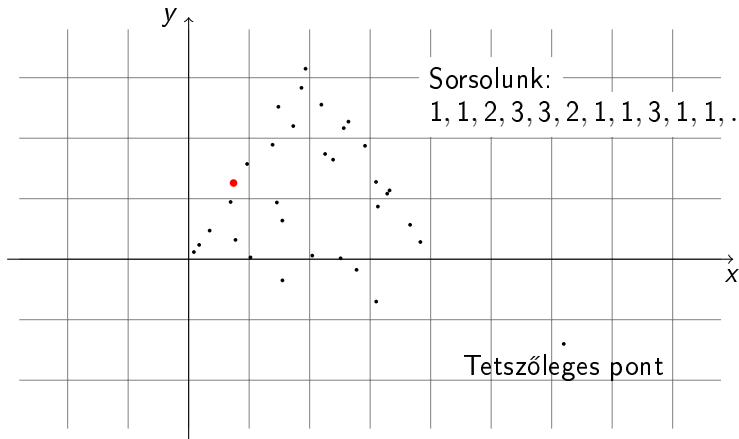
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

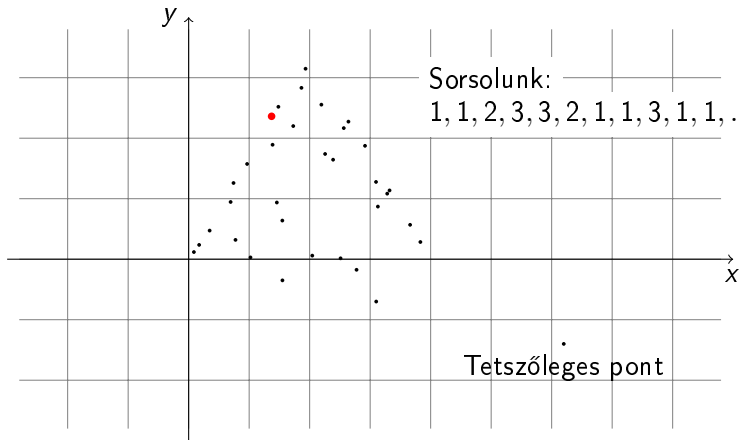
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

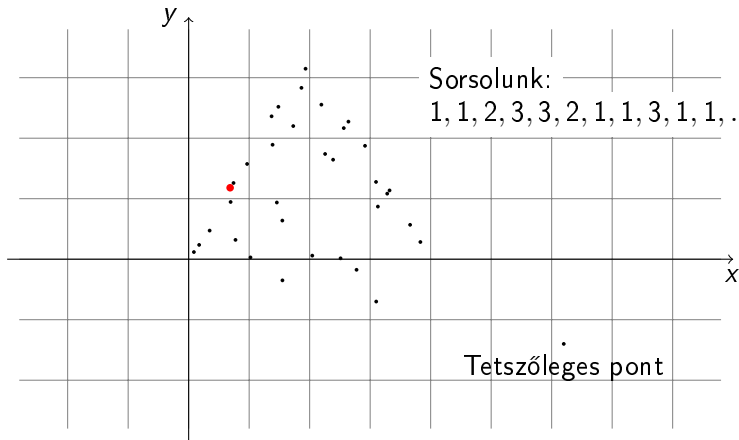
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

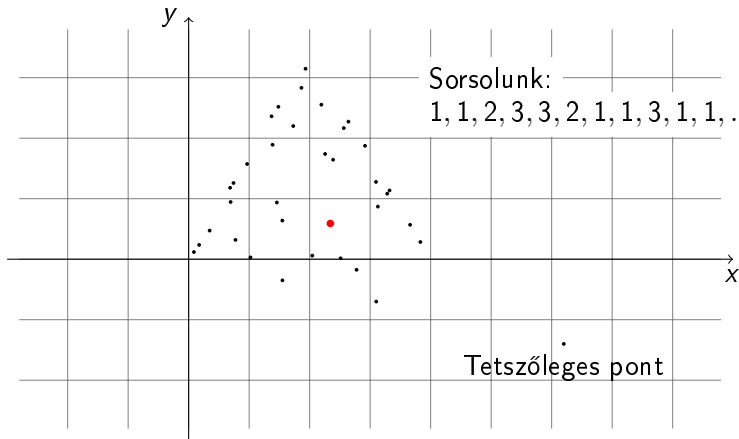
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

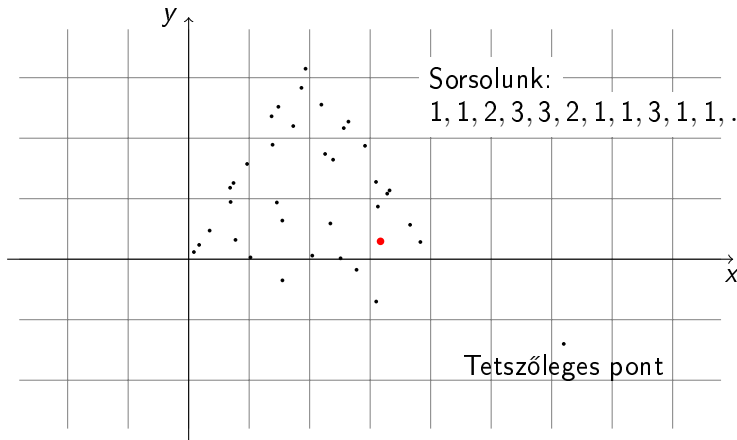
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

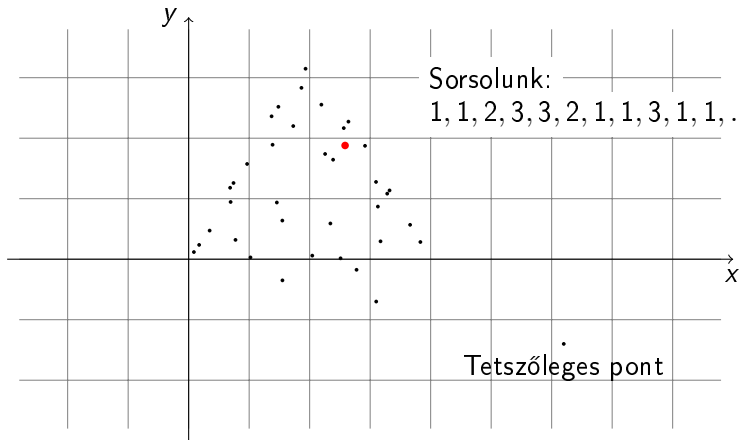
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

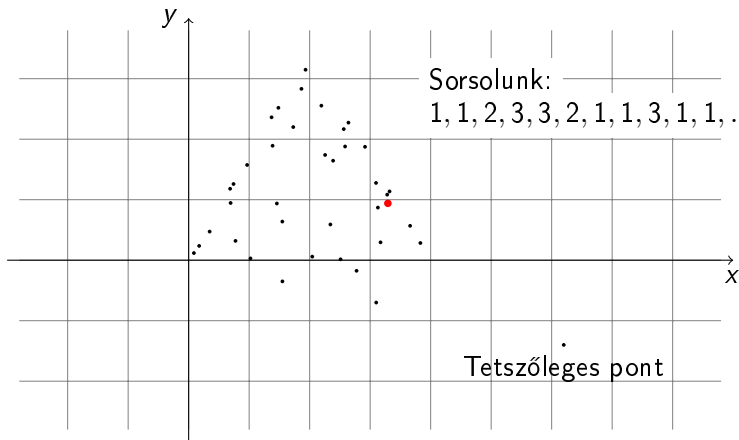
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

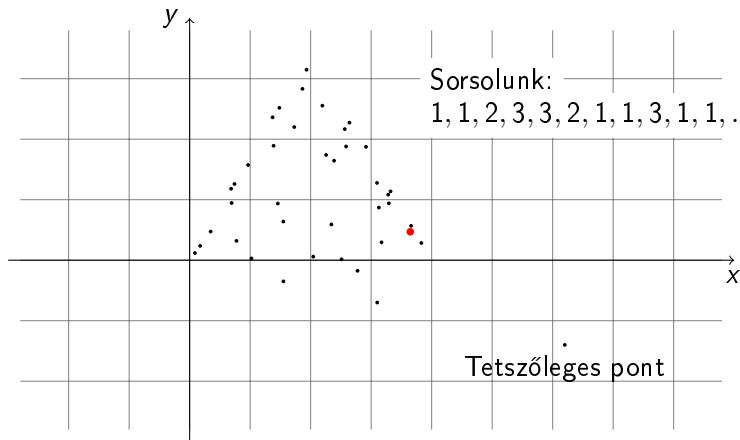
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

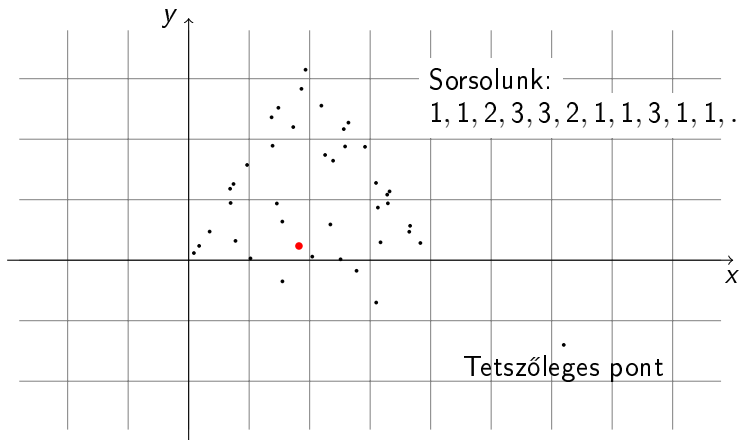
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

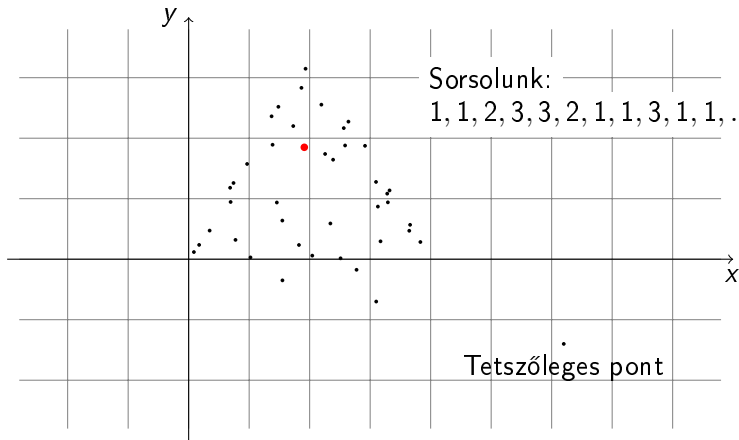
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

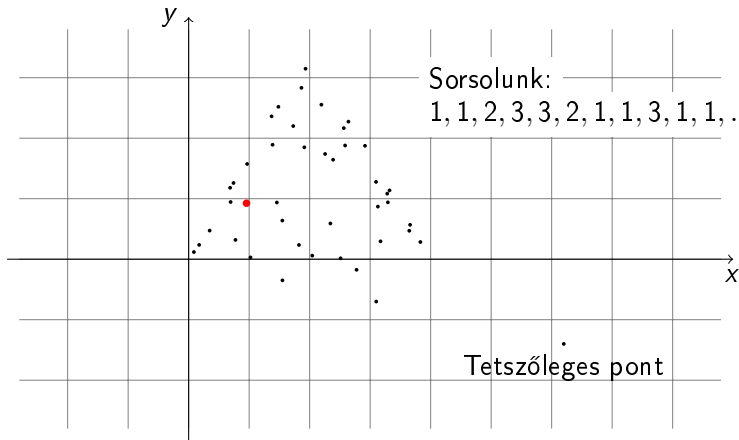
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

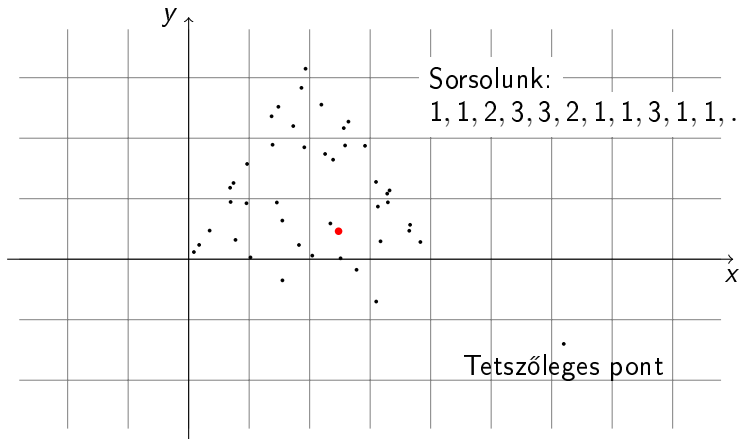
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

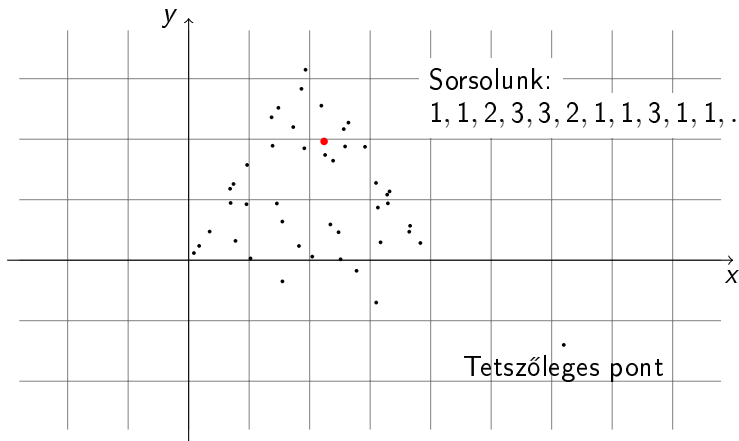
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

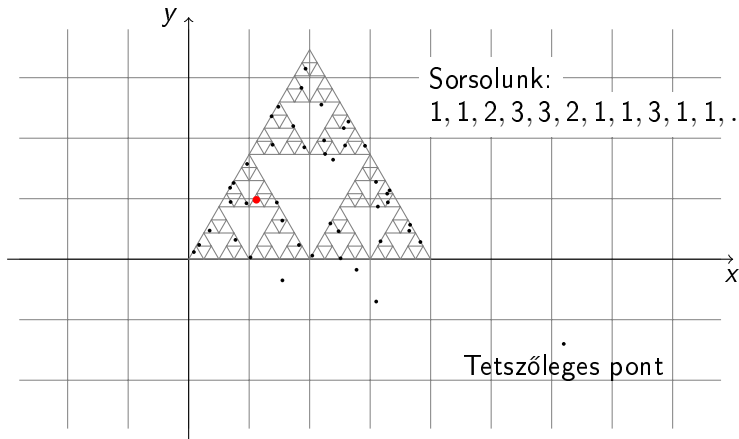
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék



$$f_1 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2}\right) \quad f_2 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$$f_3 : (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}, \frac{y}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

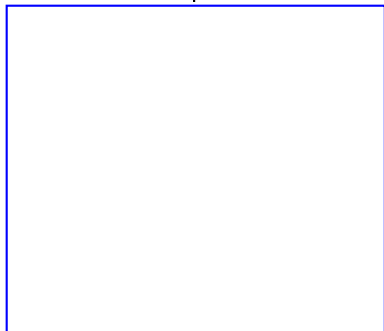
Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, úgynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, úgynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

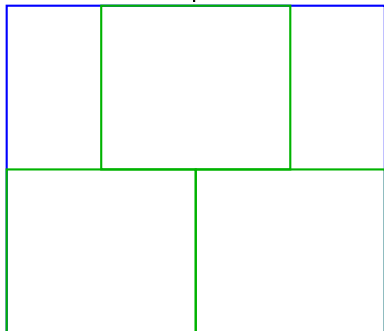
A káosz játék kirajzolja ezt a halmazt. Ebben az esetben az attraktor a Sierpiński-háromszög.



Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, úgynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

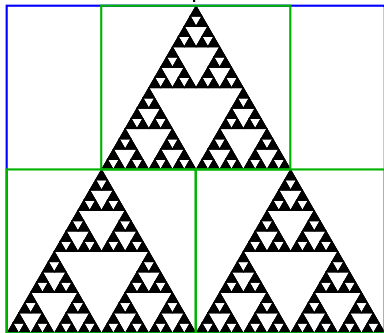
A káosz játék kirajzolja ezt a halmazt. Ebben az esetben az attraktor a Sierpiński-háromszög.



Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, ugynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

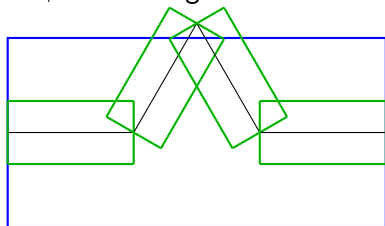
A káosz játék kirajzolja ezt a halmazt. Ebben az esetben az attraktor a Sierpiński-háromszög.



Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, úgynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

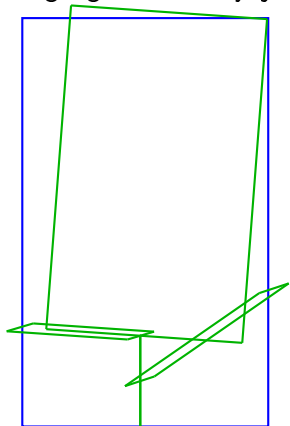
A Koch-görbe függvényrendszer függvényeinél nem csak kicsinyíteni kell, hanem forgatni is:



Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, úgynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

Megengedhetünk nyújtást is.



Iterált függvényrendszerek (IFS), káosz játék

Az f_1, f_2, f_3 függvényekhez egyetlen egy (korlátos, zárt, nem üres) halmaz, úgynevezett attraktor tartozik, amely előáll f_1, f_2, f_3 függvények önmagán vett képeinek uniójaként.

Megengedhetünk nyújtást is. Ez Bransley páfránya.



Képtömörítés

Ha egy képhez találunk iterált függvényrendszert, akkor nincs más dolgunk, mint lementeni ezeket a függvényeket.

Képtömörítés

Ha egy képhez találunk iterált függvényrendszert, akkor nincs más dolgunk, mint lementeni ezeket a függvényeket.

Előnyök:

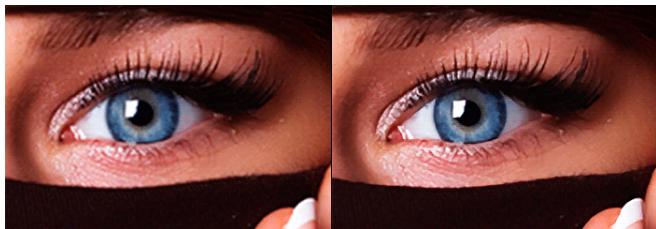
- Bármilyen közel nagyíthatunk, az elmentett kép nem lesz pixeles. A hiba más formában jelentkezik.
- Meglévő hagyományos digitális képeket lehet fraktállal közelíteni és ezáltal javítani a minőségén. Létezik erre kereskedelmi program: Genuine Fractals 5, amely Photoshop plugin.

Képtömörítés

Ha egy képhez találunk iterált függvényrendszert, akkor nincs más dolgunk, mint lementeni ezeket a függvényeket.

Előnyök:

- Bármilyen közel nagyíthatunk, az elmentett kép nem lesz pixeles. A hiba más formában jelentkezik.
- Meglévő hagyományos digitális képeket lehet fraktállal közelíteni és ezáltal javítani a minőségén. Létezik erre kereskedelmi program: Genuine Fractals 5, amely Photoshop plugin.



Képtömörítés

Ha egy képhez találunk iterált függvényrendszert, akkor nincs más dolgunk, mint lementeni ezeket a függvényeket.

Előnyök:

- Bármilyen közel nagyíthatunk, az elmentett kép nem lesz pixeles. A hiba más formában jelentkezik.
- Meglévő hagyományos digitális képeket lehet fraktállal közelíteni és ezáltal javítani a minőségén. Létezik erre kereskedelmi program: Genuine Fractals 5, amely Photoshop plugin.
- Kis helyen tárolhatók a függvények, a megjelenítés gyors.
- Azonos fájl méret mellett a JPEG tömörítéssel összemérhető.
- Nagy felbontású videók helyett lehetnének jó minőségű fraktál alapú videók.
- A Microsoft Encarta enciklopédiája már ebben a formátumban tárolja a képeit.

Képtömörítés

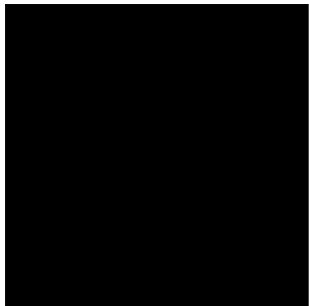
Ha egy képhez találunk iterált függvényrendszert, akkor nincs más dolgunk, mint lementeni ezeket a függvényeket.

Hátrányok:

- Nagyon sok idő egy kép iterált függvényeinek megtalálása.
- Az esetek többségében a JPEG gyorsabb, jobb.
- Licenzek védik.

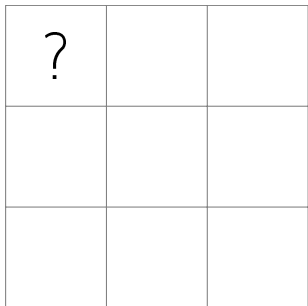
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



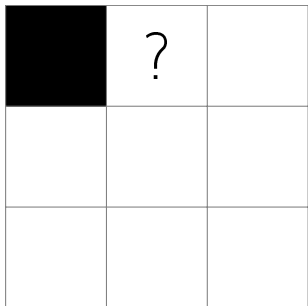
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



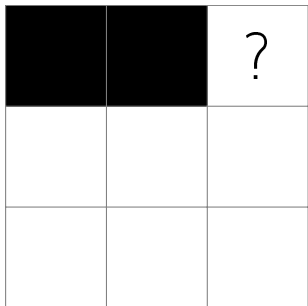
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



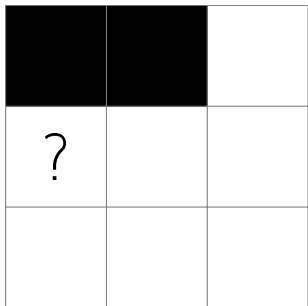
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



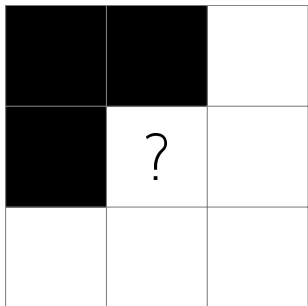
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



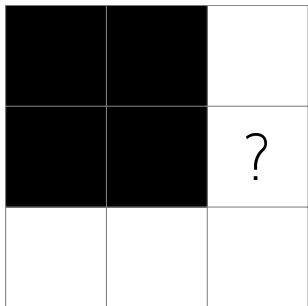
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



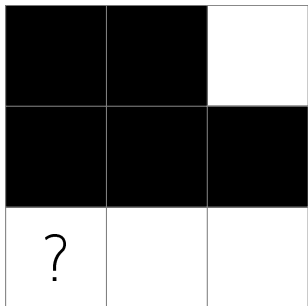
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



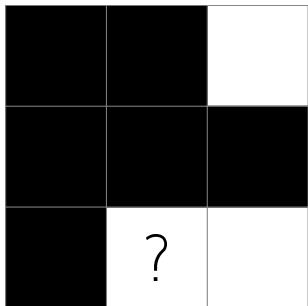
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



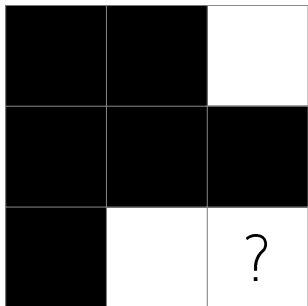
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



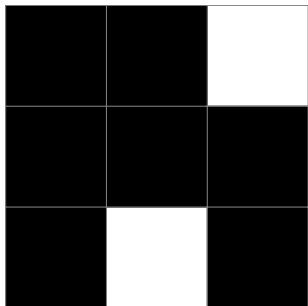
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



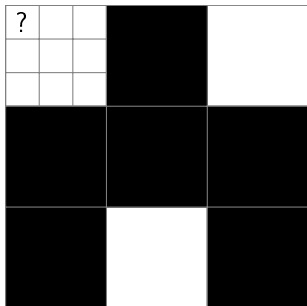
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



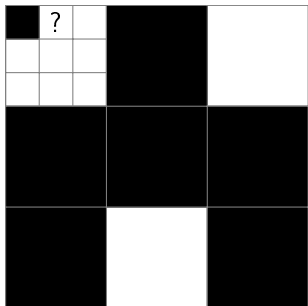
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



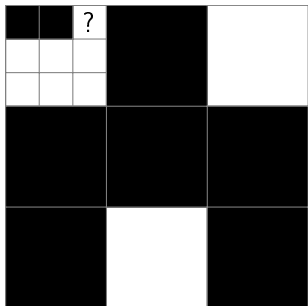
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



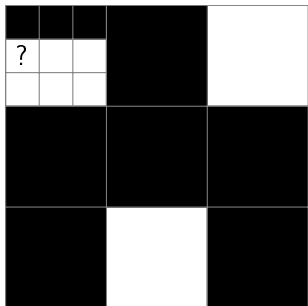
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



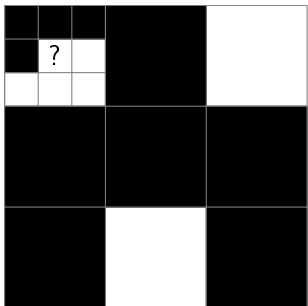
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



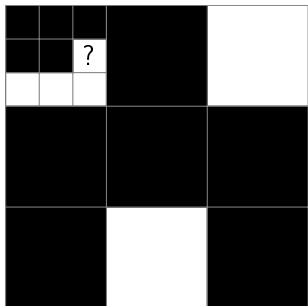
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



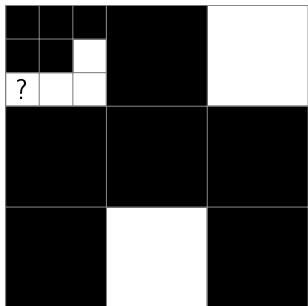
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



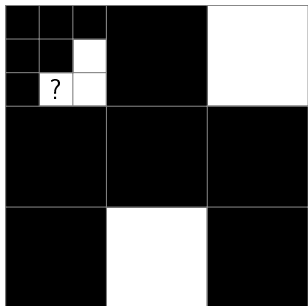
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



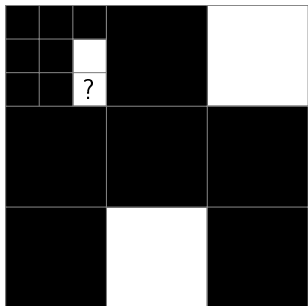
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



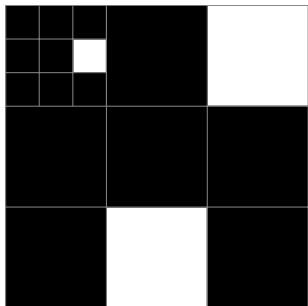
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



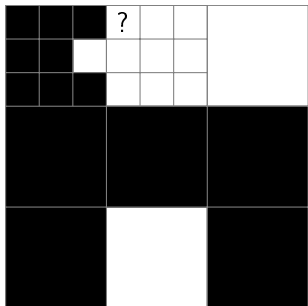
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



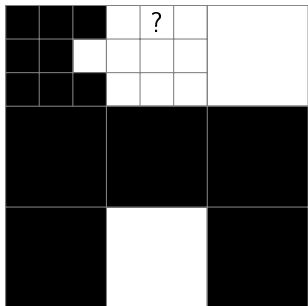
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



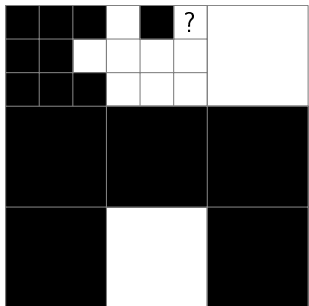
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



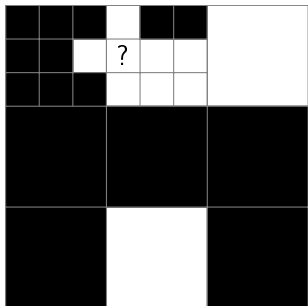
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



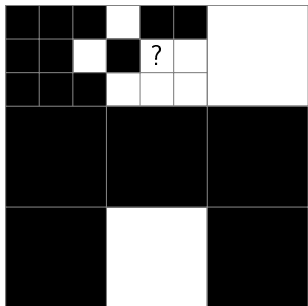
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



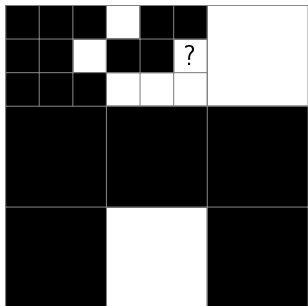
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



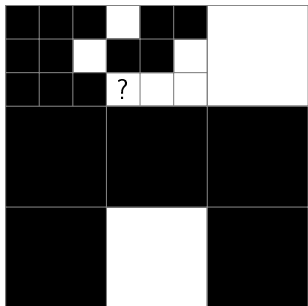
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



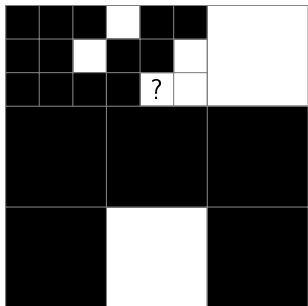
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



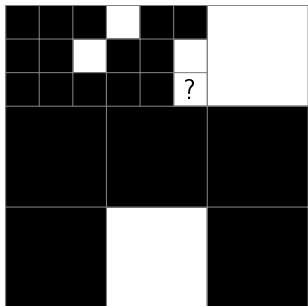
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



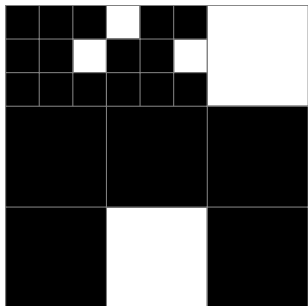
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



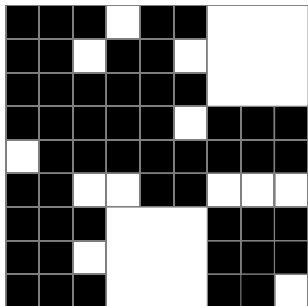
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



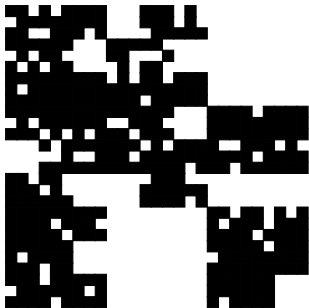
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.



Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.

Ha az iteráció során minden részt kevesebb, mint $1/9$ valószínűséggel tartunk meg, akkor előbb-utóbb el fog fogyni az összes. Ha több, mint $1/9$ valószínűséggel megtartjuk őket, akkor van rá esély, hogy nem üres halmazt kapunk a végtelen sok lépés után.

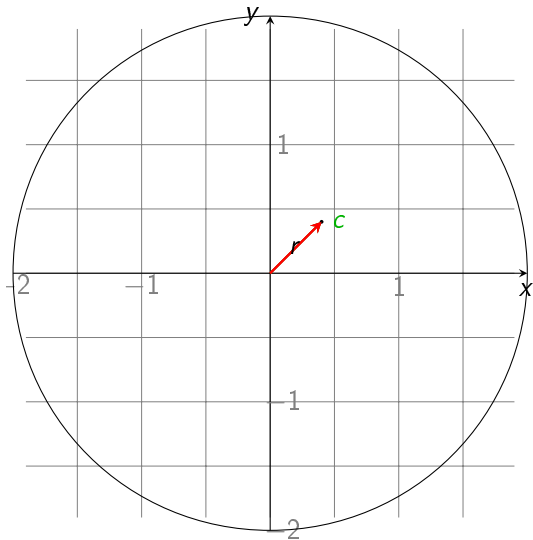
Mandelbrot-perkoláció

Az egységnégyzetet beosztjuk 3×3 részre. Mindegyik részt valamilyen valószínűséggel, esetünkben $5/6$ valószínűséggel megtartjuk (fekete), egyébként kidobjuk (fehér). A megmaradt darabokra ezt a lépést iteráljuk.

Ha az iteráció során minden részt kevesebb, mint $1/9$ valószínűséggel tartunk meg, akkor előbb-utóbb el fog fogyni az összes. Ha több, mint $1/9$ valószínűséggel megtartjuk őket, akkor van rá esély, hogy nem üres halmazt kapunk a végtelen sok lépés után.

Van egy p érték, amelynél ha kevesebb valószínűséggel tartjuk meg az egyes négyzeteket, akkor nem lesz út a jobb és bal oldal között. Ha többel, akkor van rá esély, hogy lesz út a két oldal között. Tudjuk, hogy $p < 0.9995$. A sejtés szerint ez az érték $8/9$.

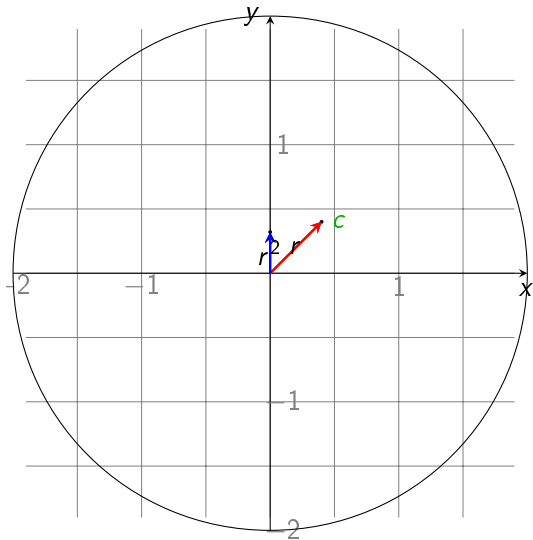
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

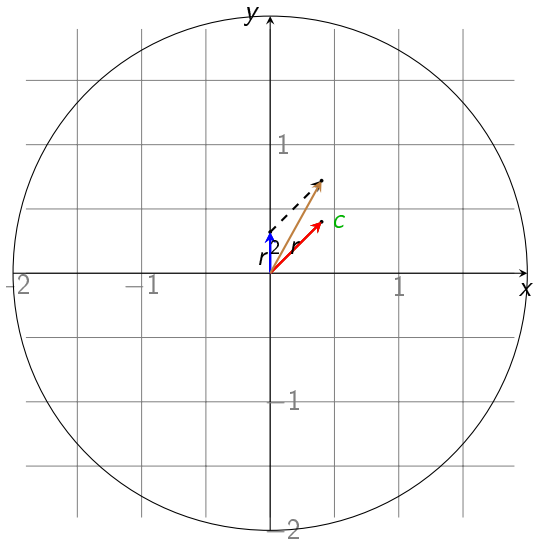
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

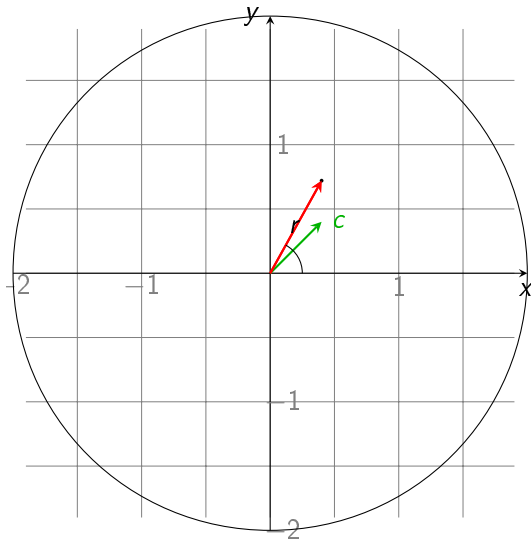
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

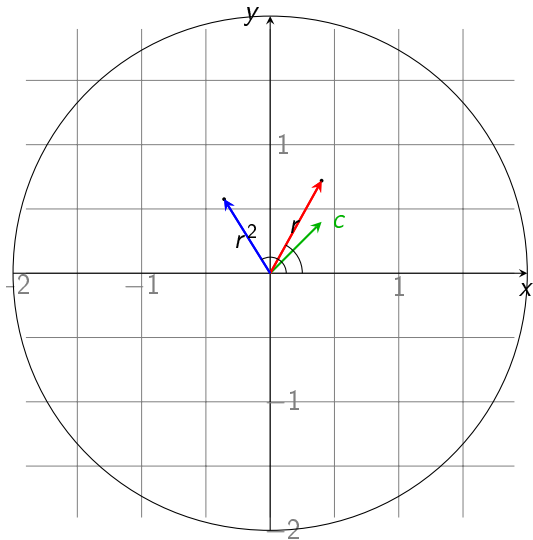
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

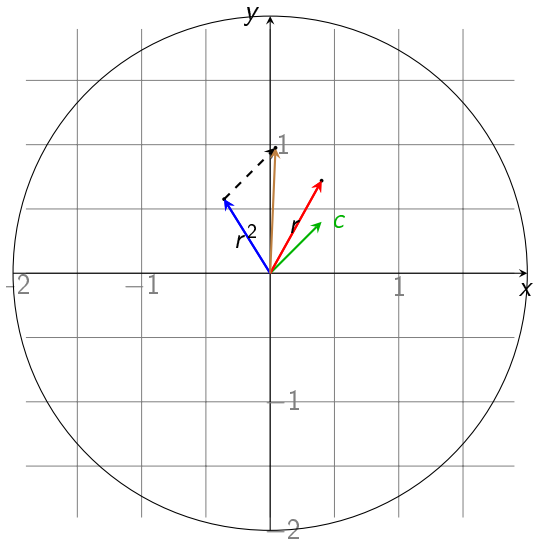
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

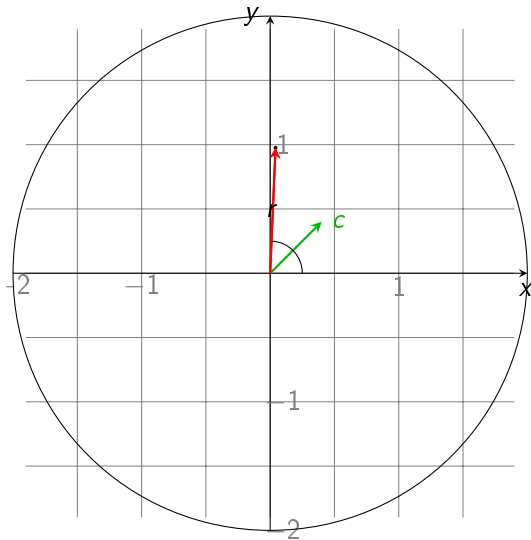
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

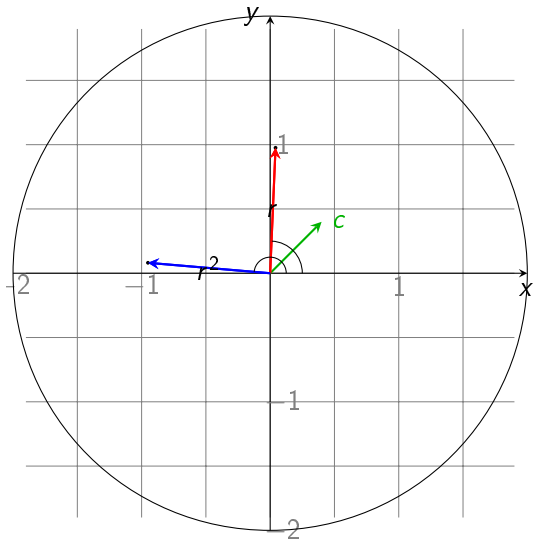
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

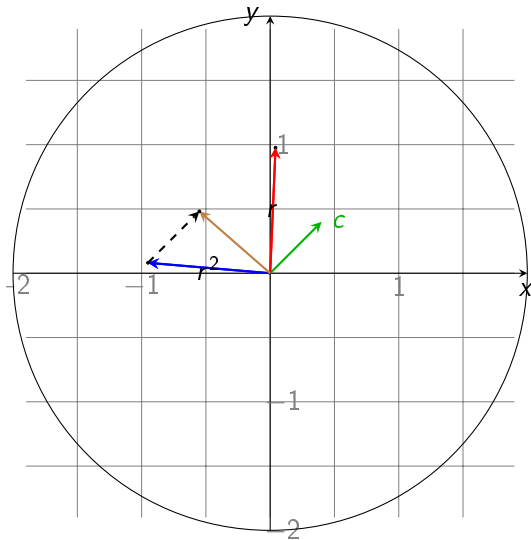
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

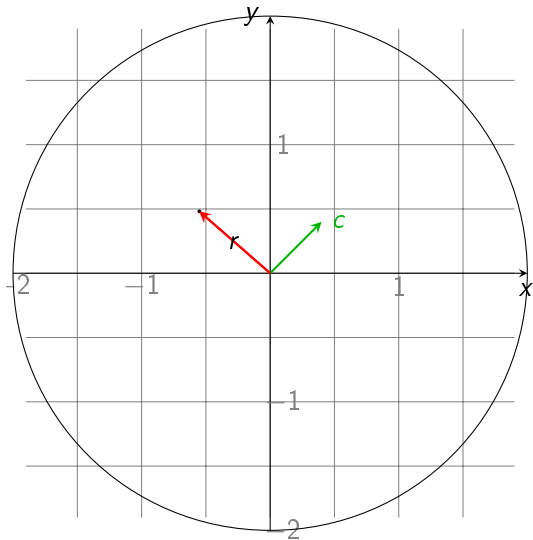
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

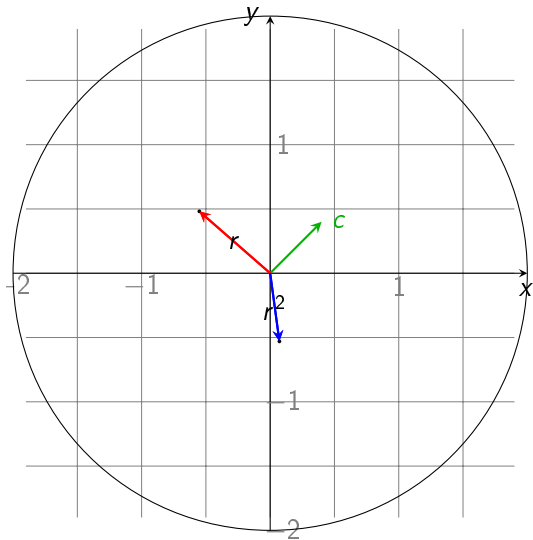
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

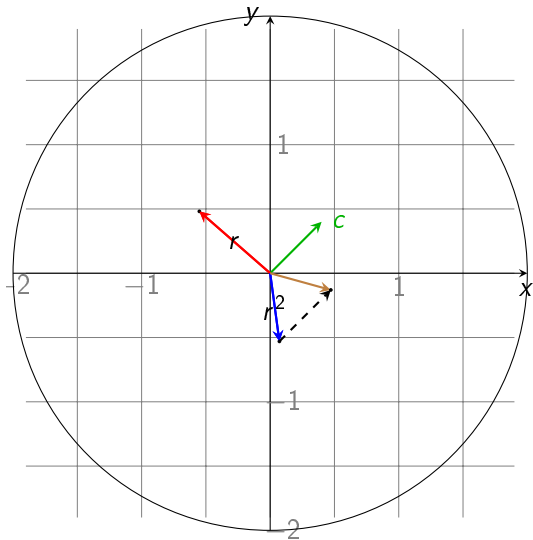
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

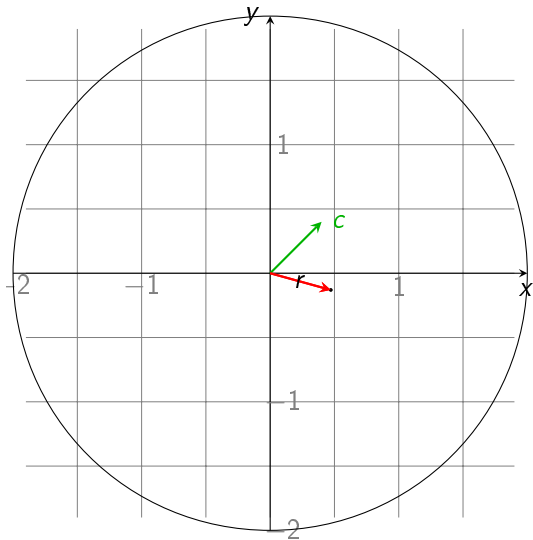
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

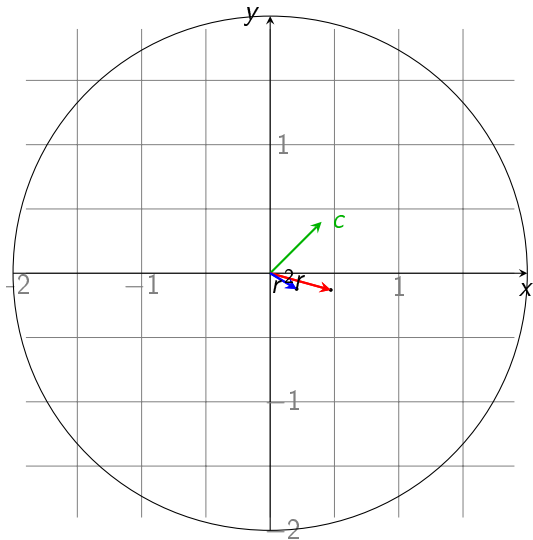
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

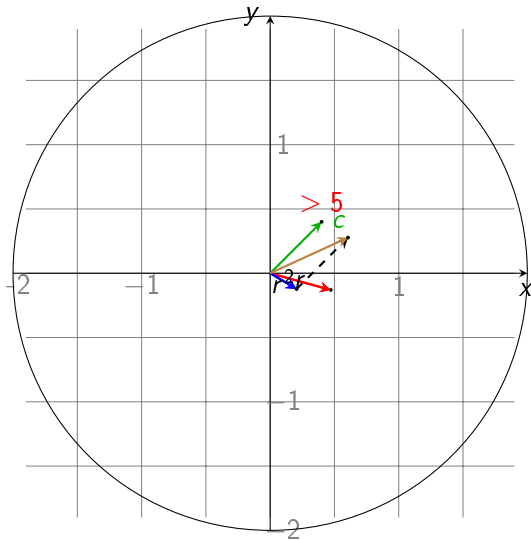
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

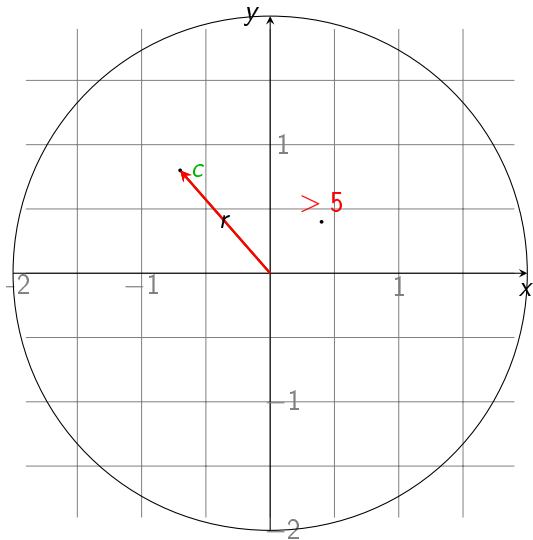
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

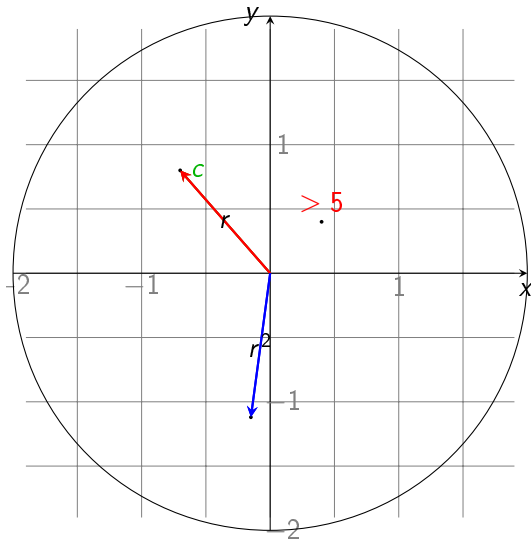
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

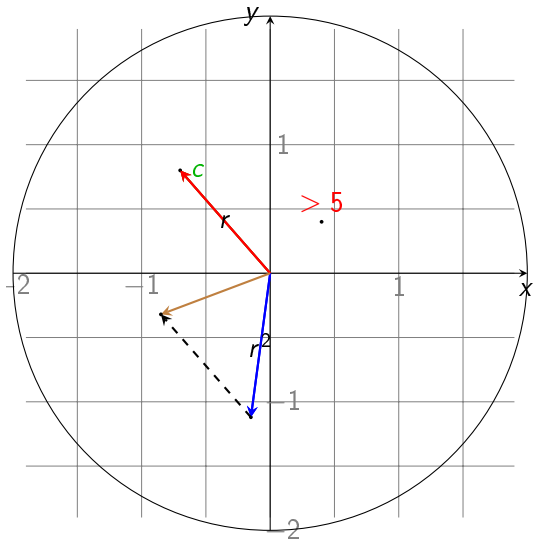
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

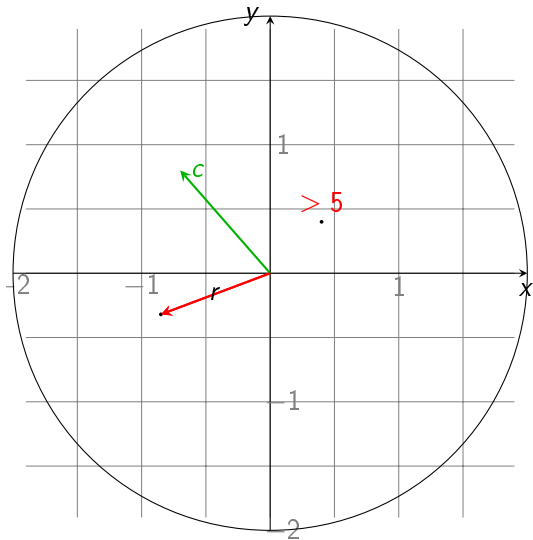
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

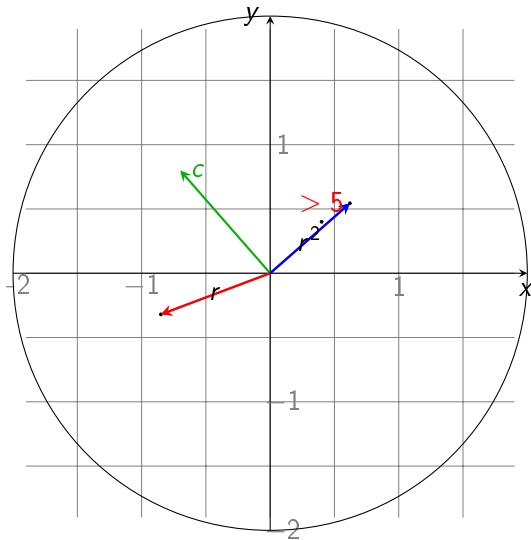
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

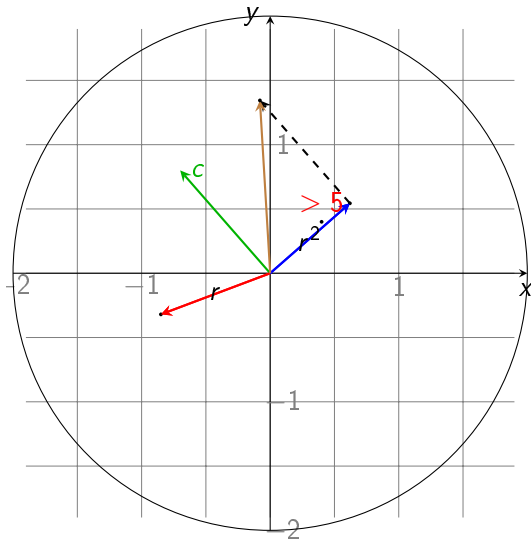
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

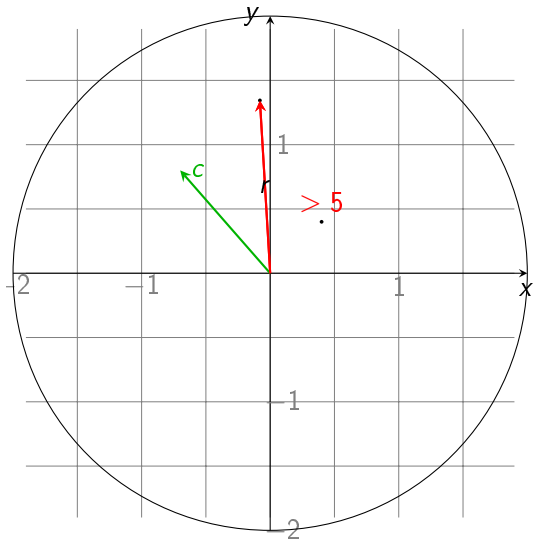
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

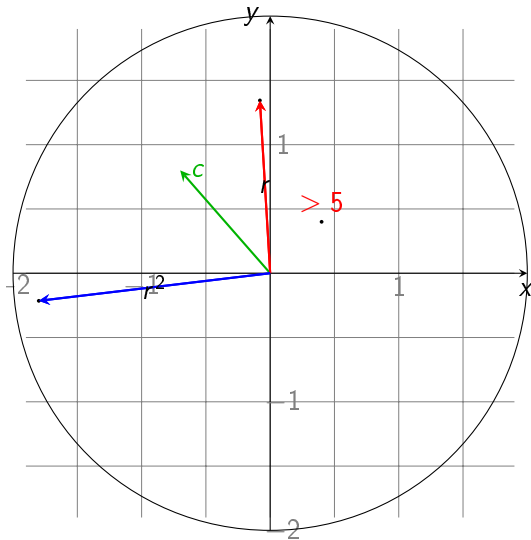
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

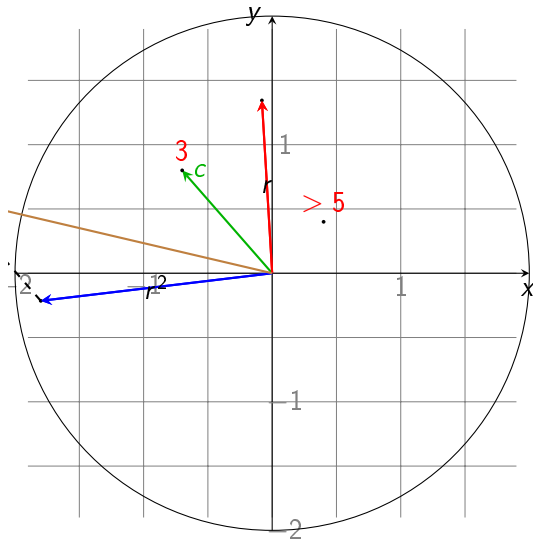
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

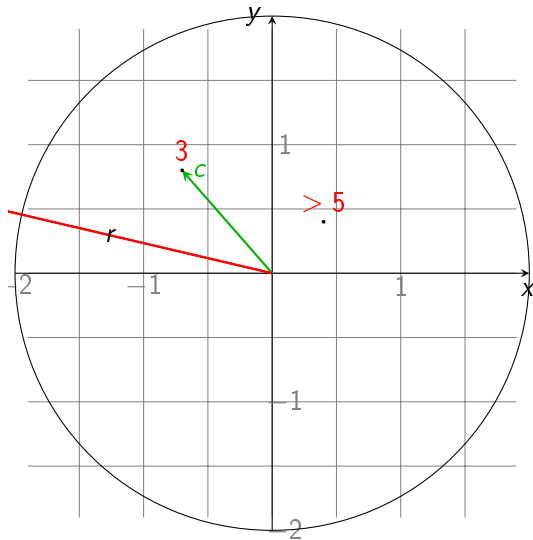
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szögöt zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

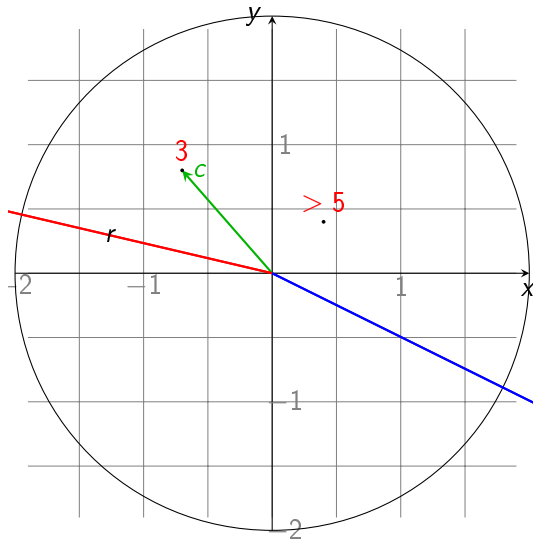
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

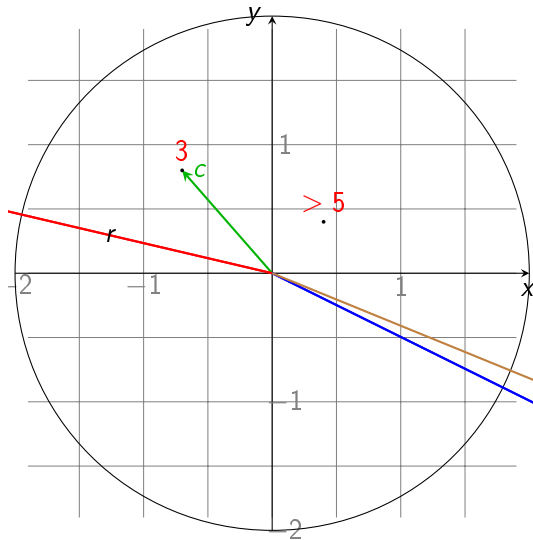
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

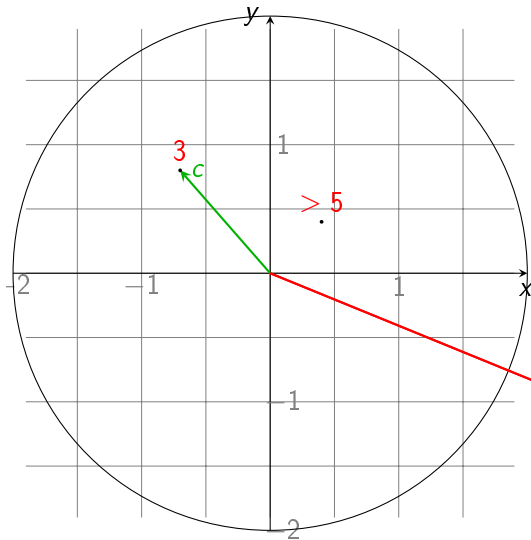
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

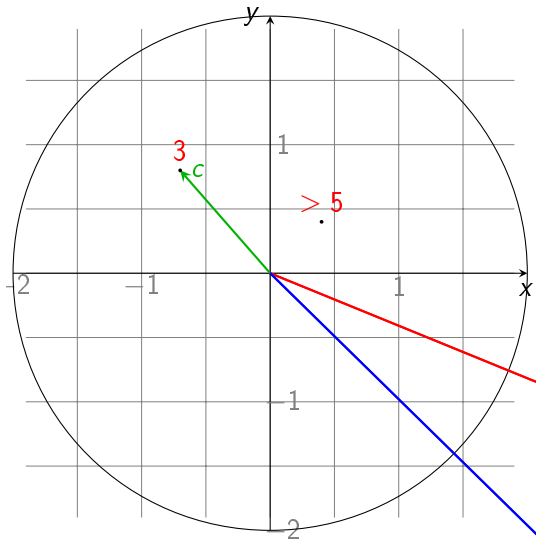
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szögöt zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

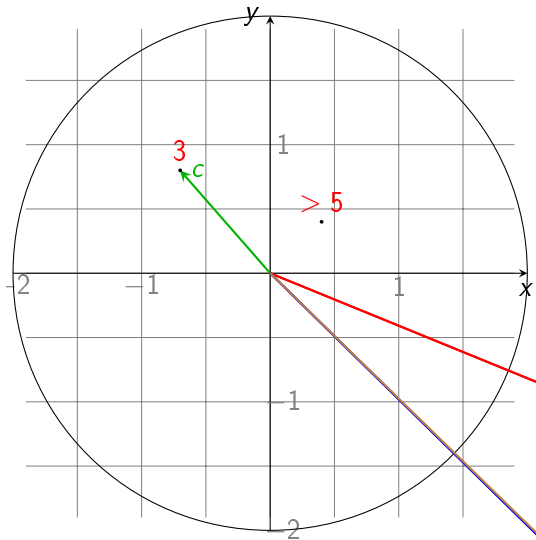
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szögöt zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

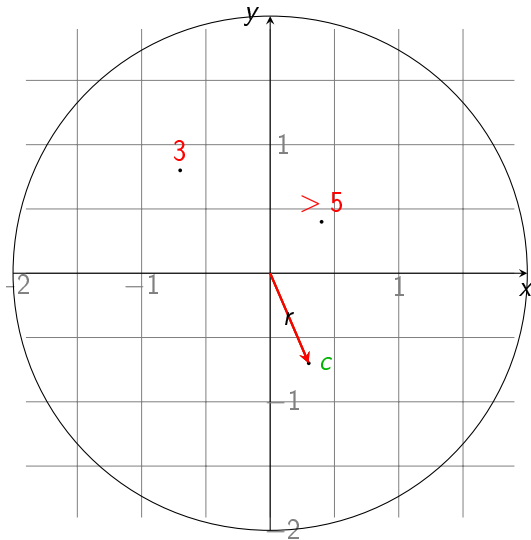
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szögöt zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

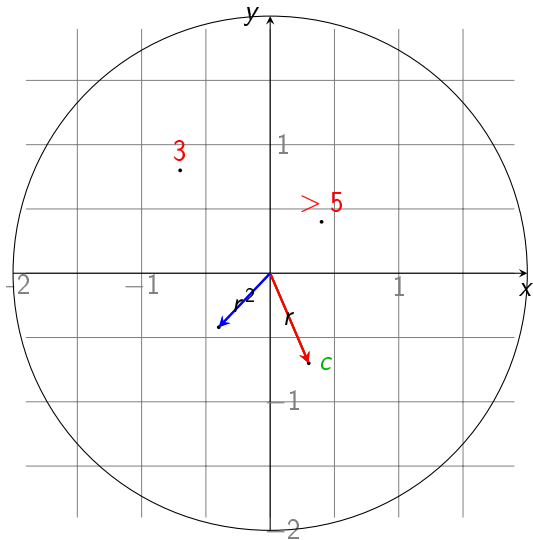
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

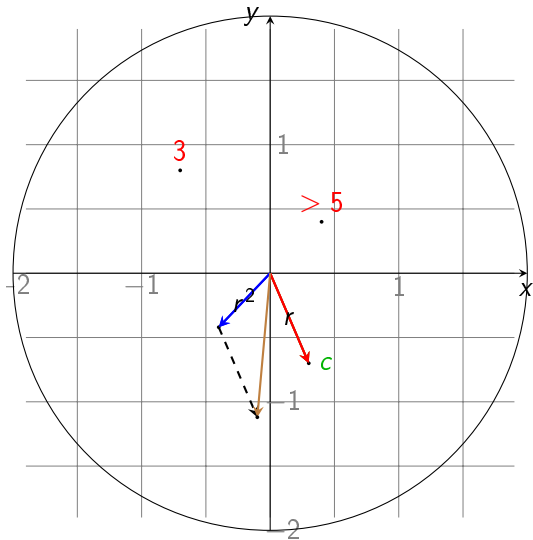
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

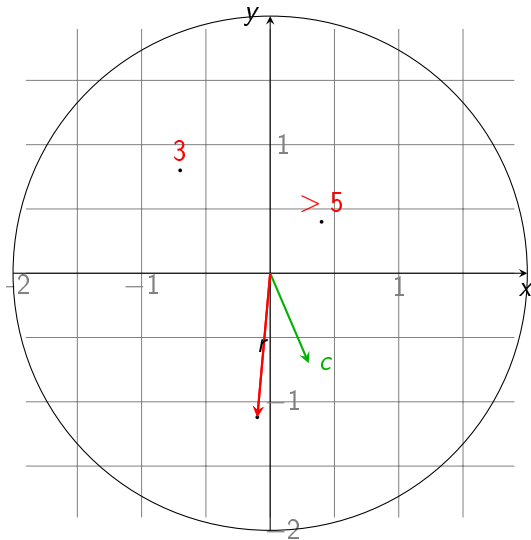
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

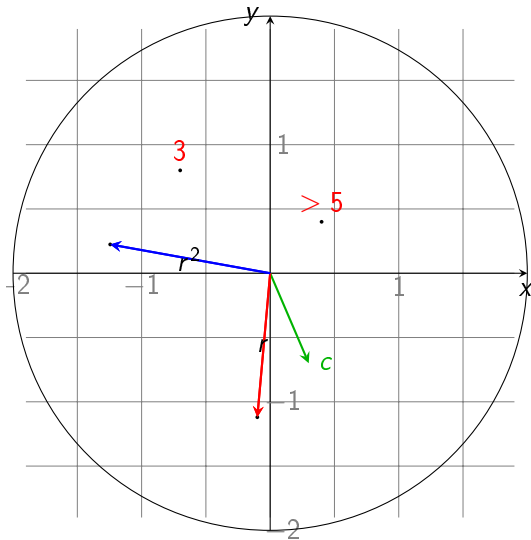
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

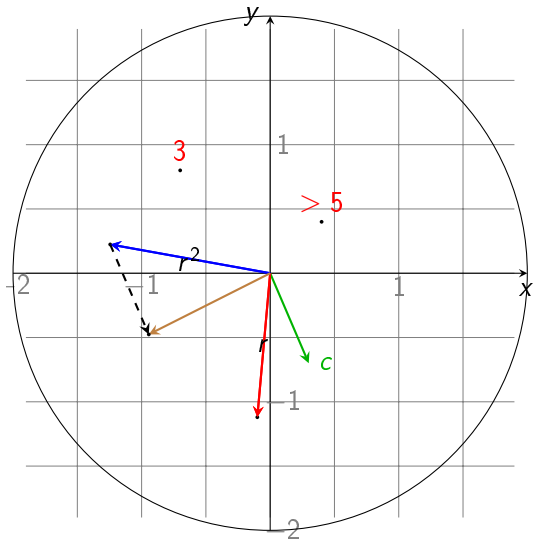
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

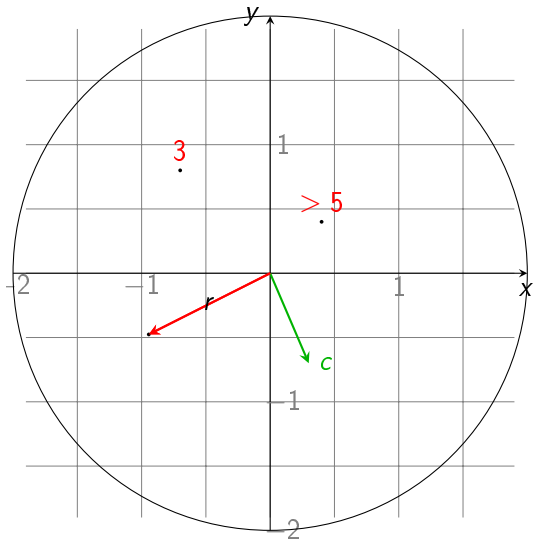
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

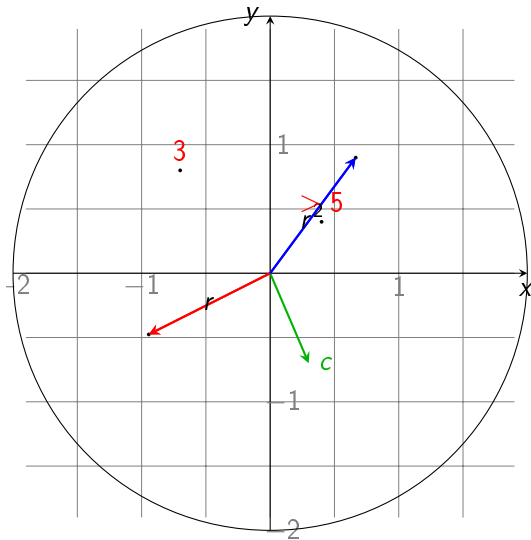
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

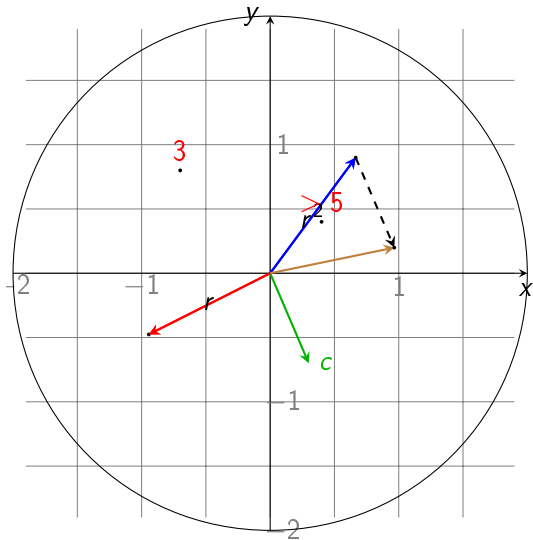
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

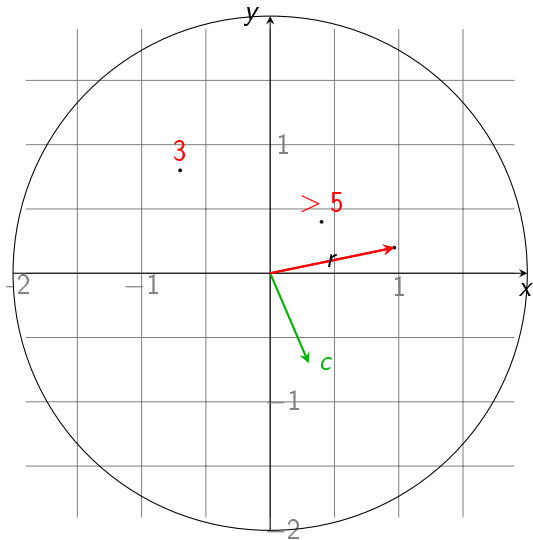
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

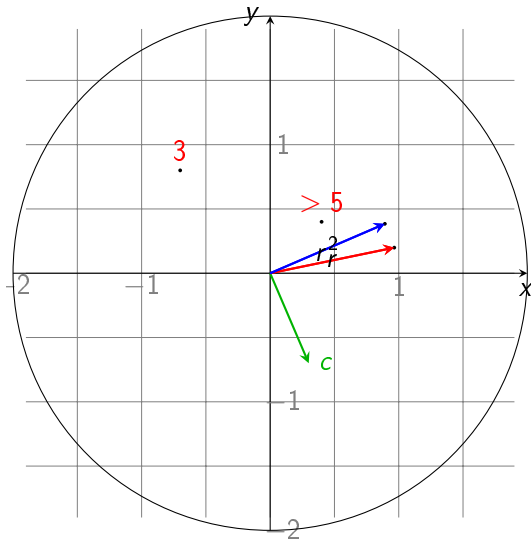
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

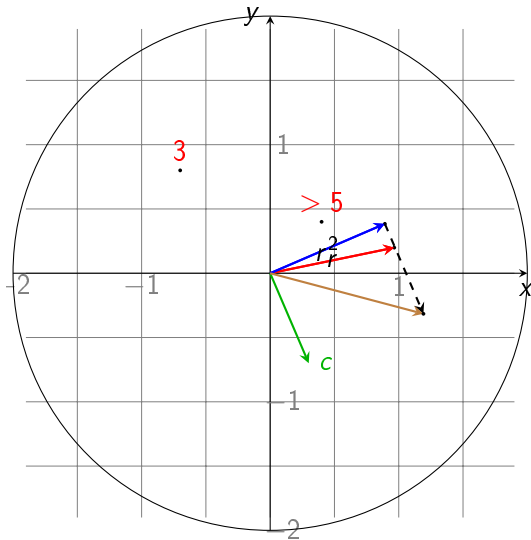
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

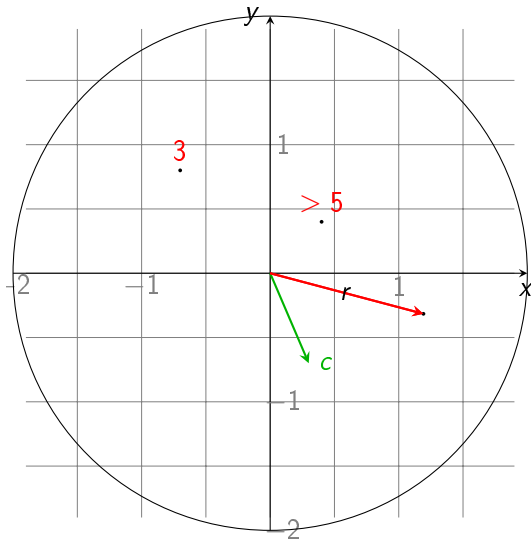
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

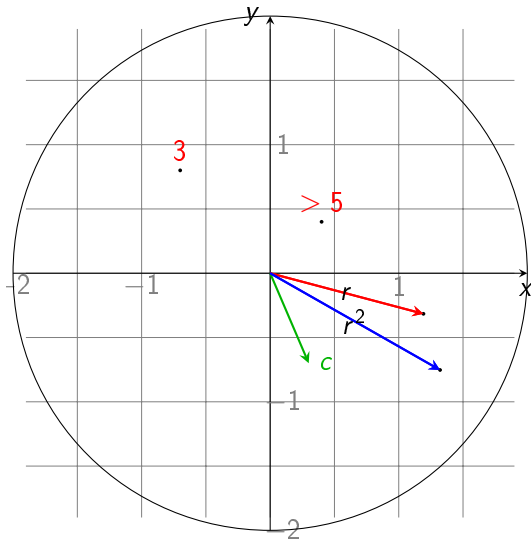
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

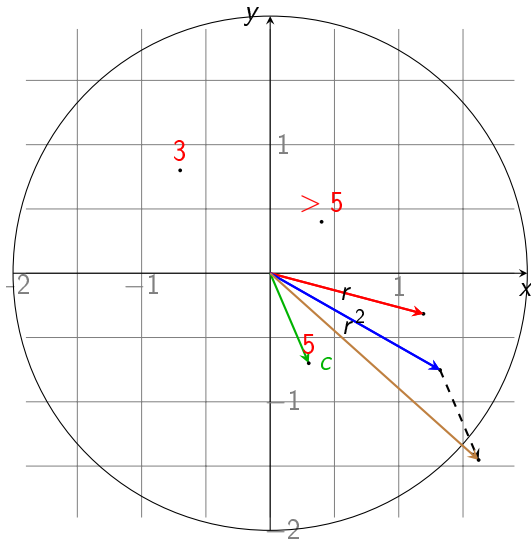
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

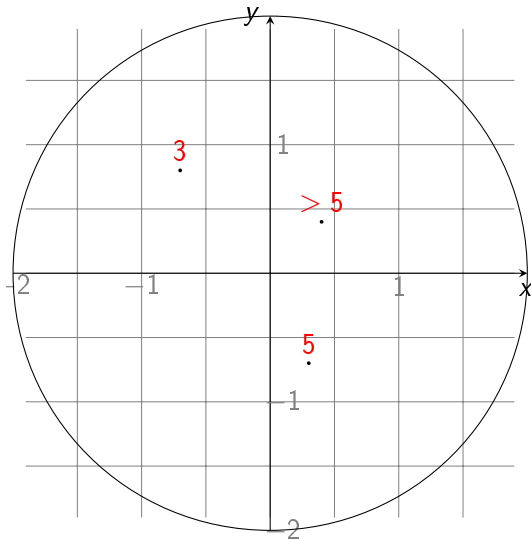
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

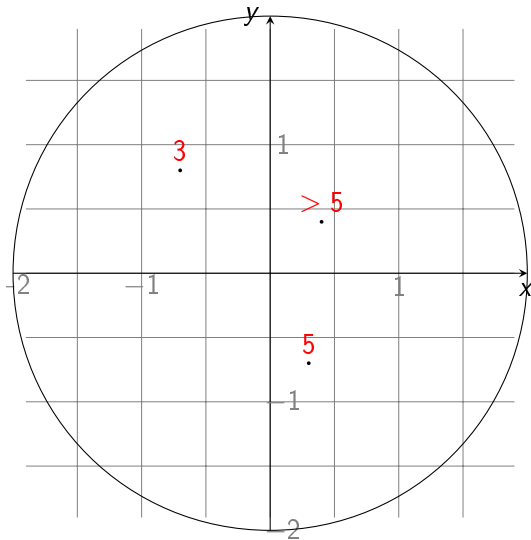
Mandelbrot-halmaz



Vegyünk egy legfeljebb 2 abszolútértékű c komplex számot. Legyen $z = c$ és tekintsük a $z \leftarrow z^2 + c$ iterációt.

Ugyanez vektorokkal: z^2 alatt azt a vektort értjük, amely kétszer akkora szöveget zár be az x tengellyel, mint z , és a hossza z vektor hosszának négyzete. Az iteráció: $z \leftarrow z^2 + c$

Mandelbrot-halmaz



Minden c vektorra kiszámoljuk, hogy az iteráció mikor hagyja el a 2 sugarú kört. Az azonos számokat azonos színnel színezzük.

Xaos fraktálrajzoló program

- Ingyenes (letölthető a <http://xaos.sourceforge.net/> címről)
- Nyílt forráskódú.

Xaos fraktálrajzoló program

- Ingyenes (letölthető a <http://xaos.sourceforge.net/> címről)
- Nyílt forráskódú.
- A fraktálokról egész hosszú magyar leírás található benne.

Xaos fraktálrajzoló program

- Ingyenes (letölthető a <http://xaos.sourceforge.net/> címről)
- Nyílt forráskódú.
- A fraktálokról egész hosszú magyar leírás található benne.
- Magyar fejlesztők is dolgoznak a programon: Fekete Árpád, Kovács Zoltán, Kovács Zsigmond.

2 dimenziós Brown-mozgás

Úgy tartják, hogy 1827-ben Robert Brown botanikus mikroszkóp alatt figyelte a vízben mozgó pollen részecskéket.

2 dimenziós Brown-mozgás

Úgy tartják, hogy 1827-ben Robert Brown botanikus mikroszkóp alatt figyelte a vízben mozgó pollen részecskéket.

A pollen részecskék a vízmolekulákkal ütköznek. A molekulákat nem látjuk mikroszkóppal, ezért tűnik a pollen részecskék mozgása kuszának, véletlenszerűnek.

2 dimenziós Brown-mozgás

Úgy tartják, hogy 1827-ben Robert Brown botanikus mikroszkóp alatt figyelte a vízben mozgó pollen részecskéket.

A pollen részecskék a vízmolekulákkal ütköznek. A molekulákat nem látjuk mikroszkóppal, ezért tűnik a pollen részecskék mozgása kuszának, véletlenszerűnek.

Nagyítás és kicsinyítés után is Brown-mozgást kapunk.

2 dimenziós Brown-mozgás

Úgy tartják, hogy 1827-ben Robert Brown botanikus mikroszkóp alatt figyelte a vízben mozgó pollen részecskéket.

A pollen részecskék a vízmolekulákkal ütköznek. A molekulákat nem látjuk mikroszkóppal, ezért tűnik a pollen részecskék mozgása kuszának, véletlenszerűnek.

Nagyítás és kicsinyítés után is Brown-mozgást kapunk.

2 dimenziós, de a területe 0.

2 dimenziós Brown-mozgás

Úgy tartják, hogy 1827-ben Robert Brown botanikus mikroszkóp alatt figyelte a vízben mozgó pollen részecskéket.

A pollen részecskék a vízmolekulákkal ütköznek. A molekulákat nem látjuk mikroszkóppal, ezért tűnik a pollen részecskék mozgása kuszának, véletlenszerűnek.

Nagyítás és kicsinyítés után is Brown-mozgást kapunk.

2 dimenziós, de a területe 0.

A Brown-mozgás bármilyen kicsi idő alatt metszi önmagát.

Digitális napóra

Az alábbi képek a szabadalmi leírásból vannak.
(U.S. patent 5,590,093; German patent 4431817)
Napfény hatására vonalak rajzolják ki a pontos időt:

FIG. 4A



FIG. 4B



Digitális napóra

Az alábbi képek a szabadalmi leírásból vannak.
(U.S. patent 5,590,093; German patent 4431817)
Napfény hatására vonalak rajzolják ki a pontos időt:

FIG. 4A



FIG. 4B

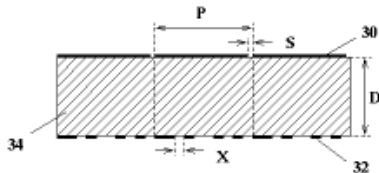


FIG. 7

Digitális napóra

Az alábbi képek a szabadalmi leírásból vannak.
(U.S. patent 5,590,093; German patent 4431817)
Napfény hatására vonalak rajzolják ki a pontos időt:

FIG. 4A



FIG. 4B

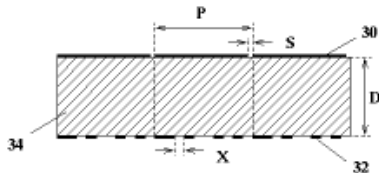


FIG. 7

Köszönöm a figyelmet!

Az előadás anyaga elérhető a www.math.bme.hu/~morap oldalon.