ANALÍZIS 2
Mérnök Informatikus szak

VIZSGA

2015 január 9
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | | | **vizsga súlya:** ☐ **50%** ☐ **100%**

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	$\sum$

1. feladat (elmélet, 8+12 pont)

A: Definiáljuk mi az $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ függvény $p \in \mathbb{R}^n$ pontban vett *teljes* deriváltja.

B: Van egy olyan sima, kétváltozós F függvényünk, hogy mind $x \mapsto \cos(3x)$, mind pedig $x \mapsto \sin(2x) - 3 + ax$ kielégíti az

$$x \mapsto y(x)? \quad y' = F(x, y)$$

diffegyenlet. Mit lehet mondani ezen információk alapján az $a \in \mathbb{R}$ paraméter értékéről?

2. feladat (20 pont)

Oldjuk meg a következő diffegyenletet az adott kezdeti feltétellel!

$$x \mapsto y(x)? \qquad (x^2 + 2x + 2)(y' - y^2) = (2x + 2)y, \quad y(-1) = 1.$$

3. feladat (20 pont)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{n!} = 2 + 3 + \frac{4}{2} + \frac{5}{3!} + \frac{6}{4!} \ldots = ?$$

4. feladat (20 pont)

Tekintsük az

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+2y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

képlettel megadott $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvényt. Definíció szerint számoljuk ki az f függvény $\underline{v} := (1,1)$ vektor szerinti deriváltját a $(0,0)$ pontban, illetve döntsük el, hol léteznek, és ahol léteznek, ott írjuk föl a $\partial_1 f, \partial_2 f$ és Df deriváltakat.

5. feladat (20 pont)

Az $(a,b) \mapsto (x = \frac{a}{b}, y = a^2 b)$ transzformáció segítségével (vagy bárhogy máshogy) számoljuk ki a

$$T = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 < y < 8x^2, \ 0 < \sqrt[3]{xy} < 2 - \sqrt[3]{\frac{y}{x^2}} \right\}$$

tartomány területét.