

2. gyakorlat

A hatványozás és gyökvonás azonosságai. A logaritmus fogalma. Arány- és százalékszámítás.

Segédanyag: Képletgyűjtemény, 1-2. oldal: <https://math.bme.hu/bevmat/kepletek.pdf>

További gyakorló feladatok: Bevezető matematika példatár 1.1 és 1.2 fejezet:

<https://math.bme.hu/bevmat/bevmat.pdf>

Feladatok

A hatványozás és gyökvonás azonosságai

Hozzuk a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

$$1. a) \frac{\sqrt[3]{\frac{x^2}{\sqrt{x^3 \cdot \sqrt{x}}}}}{\sqrt[6]{x}}$$

$$b) \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[6]{x^{-4}} \cdot \sqrt{x^{-7}}} \cdot \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[4]{x}}$$

$$2. a) \frac{\sqrt{x^{-3} \cdot \sqrt{x^7} \cdot \sqrt{x^{-4}}}}{\sqrt{x^{-3}} \cdot \sqrt{x^{-1}} \cdot \sqrt[3]{x^8}}$$

$$b) \sqrt{x^{-1} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}}$$

$$3. a) \frac{\sqrt[4]{a^{12} b^{16}}}{\sqrt[3]{a^6} \sqrt[4]{b^{12}}}$$

$$b) \frac{\sqrt{a^4} \sqrt{b^5}}{\sqrt[4]{b^3} \sqrt{a^{24}}}$$

$$4. a) \left(\frac{a^4 b^5}{c^2 d^{-2}}\right)^3 : \left(\frac{a^3 b^7}{c^{-2} d^{-5}}\right)^2$$

$$b) \left(\frac{a^{-7} b^3}{c^4 d^{-3}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^{-2} b}{c^2 d^{-4}}\right)^3$$

$$5. a) \frac{\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x} \sqrt{x^7}}{\sqrt[4]{x^2} \sqrt[3]{x^5}}$$

$$b) \sqrt[3]{\frac{a^8 b^{-2} c^7}{d^2}} : \frac{a^{-10} c^4}{b^5 d^5}$$

$$6. a) \frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[8]{x^5} \cdot \sqrt[5]{y}}{\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^3 \cdot y^{\frac{2}{5}}}$$

$$b) \frac{6^{n+1} + 5 \cdot 3^{n+1}}{10^{n+1} + 5^{n+2}}$$

A logaritmus fogalma

Számítsuk ki a következő kifejezések értékét!

$$1. a) \lg \sqrt[3]{1000}$$

$$b) \log_2 0,25$$

$$c) \log_3 \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

$$d) \ln \frac{1}{e^4}$$

$$2. a) \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\sqrt{3}} 5}$$

$$b) 0,25^{\log_2 3}$$

$$c) 3^{\frac{\log_2 2}{3}}$$

$$3. a) 3^{2 - \log_3 10}$$

$$b) \left(\sqrt{2}\right)^{3 - \log_2 10}$$

$$c) 8^{\log_2 6 - 2}$$

4. a) $\sqrt{25^{1-\log_5 10}}$ b) $\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2}$ c) $49^{1-\log_7 2}$
5. a) $5^{-\log_5 4}$ b) $\left(\frac{1}{49}\right)^{\log_{\sqrt{7}} 2}$ c) $0,25^{\log_{16} 25}$
6. a) $100^{\lg 5}$ b) $3^{1+\log_3 4-\log_3 5}$ c) $\frac{2}{10^{-\lg 3}}$
7. Fejezzük ki A-t a következő kifejezésből: $q = \frac{\lg A - \lg C}{\lg 5}$
8. Fejezzük ki q-t a következő kifejezésből: $2^p \cdot 5^q = 10$

Arány- és százalékszámítás

1. Egy 50 cm sugarú kör sugarát 10 cm-rel csökkentjük. Hány százalékkal csökken a területe?
2. Egy kabát árát 20%-kal csökkentették. Hány százalékkal kell emelni ennek a kabátnak az új árát, hogy újra az eredeti érat kapjuk?
3. Gyorsan romló eper kilóját a zöldséges először 20%-kal, majd 30%-kal árazta le. Mennyit fizettünk volna egy kiló eperért eredetileg, ha a leárazások után 700 forintért vettünk egy kilót?
4. A ló 1 hónap alatt eszik meg egy kocsi szénát, a kecske 2 hónap alatt, a juh 3 hóna alatt. Hány hónap alatt eszik meg egy kocsi szénát a ló, a kecske és a juh együtt?
5. Fényszűrő lemezeket raknak egymás mögé. Az első elnyeli a ráeső fényenergia 30%-át, a második a ráeső fényenergia 50%-át, a harmadik pedig a ráeső energia 20%-át. A három lemez együttesen az eredeti fénysugár energiájának hány százalékát nyeli el?
6. Egy fenyőerdő faállománya jelenleg 8000 fa. Minden évben kivágják az állomány 20%-át, de ültetnek 800 új fát is. Feltéve, hogy az állomány egyéb okból nem változik, hány fából állt a faállomány két évvel ezelőtt?
7. Lola, az elefánt, ha nagyon szomjas, akkor testtömegének 84%-a víz. Itatás utána 1600 kg-ot nyom, és ekkor testtömegének 85%-a víz. Hány kg-os Lola, amikor nagyon szomjas?
8. 100 literes tartályba egy csapon át 10%-os oldat folyik 5 liter/perc sebességgel. 5 perc elteltével egy másik csapot is kinyitnak, amelyből már 20%-os oldat folyik 10 liter/perc sebességgel. Hány százalékos lesz az oldat akkor, amikor a két csap feltölti a teljes tartályt?

Eredmények

A hatványozás és gyökvonás azonosságai

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{1. a)} x^{\frac{1}{4}} & \mathbf{b)} x^{\frac{3}{2}} & \mathbf{2. a)} x^{\frac{5}{12}} \quad \mathbf{b)} x^{-\frac{1}{6}} \\
 \mathbf{3. a)} ab^3 & \mathbf{b)} a^{-1} b^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{b}}{a} & \mathbf{4. a)} a^6 b c^{-10} d^{-4} \quad \mathbf{b)} a c^{-2} d^9 \\
 \mathbf{5. a)} x^{\frac{1}{8}} & \mathbf{b)} a^6 b c d & \mathbf{6. a)} x^{\frac{1}{8}} y^{-\frac{1}{5}} \quad \mathbf{b)} \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}
 \end{array}$$

A logaritmus fogalma

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{1. a)} 1 \quad \mathbf{b)} -2 \quad \mathbf{c)} -\frac{1}{3} \quad \mathbf{d)} -4 & \mathbf{2. a)} \frac{1}{625} \quad \mathbf{b)} \frac{1}{9} \quad \mathbf{c)} \frac{1}{2} & \mathbf{3. a)} \frac{9}{10} \quad \mathbf{b)} \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \mathbf{c)} \frac{27}{8} \\
 \mathbf{4. a)} \frac{1}{2} \quad \mathbf{b)} \frac{10}{3} \quad \mathbf{c)} \frac{49}{4} & \mathbf{5. a)} \frac{1}{4} \quad \mathbf{b)} \frac{1}{16} \quad \mathbf{c)} \frac{1}{5} & \mathbf{6. a)} 25 \quad \mathbf{b)} 30 \quad \mathbf{c)} 6 \\
 \mathbf{7. } A = 5^q C & \mathbf{8. } q = \frac{1 - p \lg 2}{\lg 5}
 \end{array}$$

Arány- és százalékszámítás

$$\mathbf{1.} 36\% \text{-kal} \quad \mathbf{2.} 25\% \text{-kal} \quad \mathbf{3.} 1250 \text{ Ft} \quad \mathbf{4.} \frac{6}{11} \quad \mathbf{5.} 72\% \text{-át} \quad \mathbf{6.} 10250 \quad \mathbf{7.} 1500 \text{ kg} \quad \mathbf{8.} 15\%$$