

---

## 2. mintazárthelyi

### Témakörök:

1. Abszolút értékes, gyökös, exponenciális és logaritmusos egyenletek és egyenlőtlenségek.
  2. Függvények tulajdonságai, ábrázolásuk.
  3. Trigonometria. Az alábbi képleteket fejből kell tudni:
    - $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
    - $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
    - $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
  4. Koordinátageometria
  5. Kombinatorika és valószínűségszámítás
- 

## Feladatok

1. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-5} \cdot \frac{\sqrt{8^{2x-10}}}{16^{4-x}} = 32^{x-3}$

2. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x) > -2$

3. Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit (hozza a törtet a lehető legegyszerűbb alakra):

$$f(x) = \frac{x^2(x^2 - 1) - 2x(x - 1)}{(x + 3)(x^2 - 1)^2}$$

4. Invertálható-e az alábbi függvény? Ha igen, írja fel az inverzét (a választ indokolja):

$$f(x) = 5 - \frac{4}{x-3}, \quad x > 3$$

5. Oldja meg az alábbi egyenletet a  $[0; 2\pi]$  zárt intervallumon:

$$(\cos x + \sin x)^2 + \sin x = 1 + \operatorname{tg} x$$

6. Mennyi az  $\mathbf{a} = (3; 3\sqrt{2})$  és  $\mathbf{b} = (\sqrt{2}; 1)$  vektorok által közbezárt szög szinusza?

7. Adottak az  $A(1; 2)$ ,  $B(5; -1)$  és  $C(2; 5)$  pontok. Határozza meg az ABC háromszög  $A$  csúcsból induló magasságvonalának az origótól való távolságát!

8. András, Bence és Dani kezében egy-egy 32 lapos magyar kártyapakli van. Mindannyian találomra húznak egy-egy kártyát a saját paklijukból. Mi annak a valószínűsége, hogy a három gyerek közül pontosan egynél van zöld? (A magyar kártyában nyolc zöld van.)

## Eredmények

1.  $x = -3$

2.  $-1 < x < 0$  vagy  $3 < x < 4$

3. Az  $f$  függvény értelmezési tartománya:  $\mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1\}$ . Egyszerűsítve:  $f(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2(x+3)}$ . Zérushe-  
lyek:  $x_1 = 0, x_2 = -2$ .

4. Az  $f$  függvény szigorúan monoton, ha  $x > 3$ , ezért létezik inverze.  $f^{-1}(x) = 3 - \frac{4}{x-5}, x < 5$

5. Az egyenletet rendezve:  $\sin x(2 \cos^2 x + \cos x - 1) = 0$ , ahonnan  $\sin x = 0$  vagy  $\cos x = \frac{-1 \pm 3}{4}$ . A

feladat megoldása:  $x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{3}, x_3 = \pi, x_4 = \frac{5\pi}{3}, x_5 = 2\pi$

6.  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

7. Az ABC háromszög  $A$  csúcsból induló  $m_a$  magasságvonalának egy normálvektora a  $\overrightarrow{BC} = (-3; 6)$  vagy az ezzel párhuzamos  $\mathbf{n} = (1; -2)$  vektor, így a magasságvonal egyenlete:

$$x - 2y = -3$$

Az origón átmenő,  $m_a$  magasságvonalra merőleges  $e$  egyenes egy normálvektora a  $(2, 1)$  vektor, így az  $e$  egyenes egyenlete:

$$2x + y = 0$$

A fenti két egyenletből az  $m_a$  és  $e$  egyenes metszéspontja az  $M\left(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$  pont, így az origó távolsága az

$$m_a \text{ magasságvonaltól: } d(O, m_a) = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

8.  $\rho = \frac{3 \cdot 8 \cdot 24^2}{32^3}$