

# Komplex függvénytan tematika

- I.  $\mathbb{C}$  topológiája, komplex sorozatok, Riemann-féle számgömb, komplex függvények határértéke és folytonossága.
- II. Komplex differenciálhatóság, Cauchy-Riemann egyenletek.
- III. Hatványsorok konvergenciája és az összegfüggvény regularitása.
- IV. Elemi függvények:  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\log z$ ,  $z^w$  ( $z, w \in \mathbb{C}$ ) és tulajdonságaik. A logaritmus reguláris ága.
- V. Komplex vonalintegrál és tulajdonságai, helyettesítéses integrál, Newton-Leibniz szabály, primitív függvény. Goursat lemma, Cauchy alaptétel konvex tartományon, Goursat lemma általánosítása, Cauchy integrálformula konvex tartományon. Görbe indexe és tulajdonságai. Általános Cauchy tétel és következményei.
- VI. Reguláris és harmonikus függvények, harmonikus társ.
- VII. Reguláris függvény hatványsorba fejtése, Cauchy integrálformulák konvex tartományon. A binomiális sor,  $\log(1+z)$  hatványsora.
- VIII. Morera tétele, reguláris függvény zéróhelyei, Unicitás tétel, Cauchy-féle egyenlőtlenségek, Liouville tétele, az algebra alaptétele, a maximum-tétel.
- IX. Laurent sorok definíciója, regularitása, Laurent sorba fejthetőség.
- X. Izolált szingularitások és osztályozásuk, az osztályok jellemzése, Casorati-Weierstrass tétel.  $\infty$ -beli izolált szingularitás.
- XI. Reziduum tétel, improprius integrálok és sorok összegzése Reziduum tétellel.
- XII. Meromorf függvények, logaritmikus differenciálhányados, Argumentum elv, Rouché tétele. Lokális értékelosztás, Nyílt leképezés tétel, inverz függvény regularitása.