

Név: _____

Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	+	Σ	Pót

1. (15p) Legyen \mathbf{A} az alábbi mátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Hány megoldása van az $\mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ egyenletnek, mennyi \mathbf{A} sorrangja, mennyi a kibővített mátrix sorrangja?

2. (20p) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 + 2\bar{z} - \left(\frac{z + \bar{z}}{2}\right)^2 = 1 + 2i$$

3. (15 p) Adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken az $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ függvény monoton nő, illetve csökken!

4. (20 p) Számítsa ki az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)x}{x \sin(x)} \qquad b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{x - 3}$$

5. (15 p=7p+8p) Mennyi a határértéke?

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n-2}\right)^{n+1} \qquad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3n+6}$$

6. (15 p) Számítsa ki az alábbi integrálokat!

$$a) \int x \cos(3x + 1) dx \qquad b) \int \frac{2x}{1 + x^2} dx$$

(+15 p) (Ezen feladat megoldása nem szükséges a maximum pontszám eléréséhez.)

Létezik-e és mennyi a

$$f(x) = x\sqrt{1-x}$$

függvény maximuma/minimuma a $[0; 1]$ intervallumon.

Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.

(15 p) Adjuk meg az $f(x) = \ln 2x + \frac{1}{x^2}$ függvény érintőjének az egyenletét az $x_0 = \frac{1}{2}$ pontban!