

Név: _____

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	+	Σ	Pót

1. (20p) Legyen \mathbf{A} az alábbi mátrix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Tekintsük az $\mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ egyenletet. Mennyi \mathbf{A} sorrangja, mennyi a kibővített mátrix sorrangja? Hány megoldása van az egyenletnek? Adja meg a megoldás(oka)t!

2. (15p) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 - \bar{z}^2 + z = 1 + 5i$$

3. (15 p) Hol van értelmezve a

$$f(x) = x - \ln(x)$$

függvény? Adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken a fenti függvény monoton nő, illetve csökken!

4. (15 p) Számítsa ki az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek!

$$a) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x) + 1}{\sin(x)}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$$

5. (15 p) Mennyi a határértéke?

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3n+6}{7n-3}}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n + 300n^{15} + 13456}{7^n + 12\sqrt{n} + \log(n)}$$

6. (15 p) Számítsa ki az alábbi integrálokat! Ha szükséges használja az $e^x = t$ helyettesítést!

$$a) \int \frac{e^x}{1 + e^x} dx$$

$$b) \int \frac{e^x}{1 + 2e^x + e^{2x}} dx$$

(+15 p) (Ezen feladat megoldása nem szükséges a maximum pontszám eléréséhez.)
Mekkora az

$$f(x) = x(1 - x^2)$$

függvény és az $x = 0$ egyenes által közbezárt tartomány területe.

Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.

(15 p) Mennyi a határértéke?

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-7}{n+3} \right)^{n-4}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-7}{n+3} \right)^{n^2}$$