Kalkulus 10. gyakorlat megoldások

2023. október 23.

1.feladat

a, $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$ ($a \in \mathbb{R}$): a torlódási pontja D_f-nek, és $\forall K > 0$-ra $\exists \delta > 0$ hogy ha $x \in D_f$ és $x \in K_\delta(a)$ akkor $f(x) < -K$.c

b, $\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$: D_f nem alulról korlátos, és $\forall K > 0$-ra $\exists P > 0$ hogy ha $x \in D_f$ és$x < -P$ akkor $f(x) > K$.

2.feladat

$\lim_{x\to a} f(x) = A$: a torlódási pontja D_f-nek, és $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ hogy ha $x \in D_f$ és $0 < |x-a| < \delta$ akkor $|f(x)-A| < \epsilon$

a, $|3x+4-7| = |3x-3| = 3|x-1| < \epsilon \to |x-1| < \epsilon/3 \Leftarrow |x-1| < \delta := \epsilon/3$

b, $|\frac{8-2x^2}{x+2} - 8| = |\frac{-2x^2-8x-8}{x+2}| = |\frac{-2(x+2)^2}{x+2}| = 2|x+2| < \epsilon \to |x+2| < \epsilon/2 \Leftarrow |x+2| < \delta := \epsilon/2$

c, $|\sqrt{1-5x} - 4| = |\frac{1-5x-16}{\sqrt{1-5x}+4}| = \frac{5|x+3|}{\sqrt{1-5x}+4} < \frac{5|x+3|}{4} < \epsilon \to |x+3| < 4\epsilon/5 \Leftarrow |x+3| < \delta := 4\epsilon/5$

d, $|\frac{1-2x}{x+3} + 2| = \frac{7}{x+3} < \epsilon \to 7/\epsilon - 3 < x \Leftarrow x > K := 7/\epsilon - 3$

3.feladat

a, $-\infty$

b, $\nexists$

c, 0

d, 0

e, 0

f, 0

g, $-\frac{3}{4}$

h, ∞

i, -2

j, -2

k, 2

l, 7

m, $\nexists$

n, 2

o, $\frac{5}{2}$

p,$-\infty$

q, $\nexists$

r, -2

s, 2

t, 7

u, $\nexists$

4.feladat

a, $a_n := \frac{1}{n2\pi}$, $b_n := \frac{1}{n2\pi+\pi}$ $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = 0$ $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = \lim_{n\to\infty} \cos(n2\pi) = \lim_{n\to\infty} 1 = 1$, $\lim_{n\to\infty} f(b_n) = \lim_{n\to\infty} \cos(n2\pi + \pi) = \lim_{n\to\infty} 0 = 0$

b, $a_n := n2\pi$, $b_n := n2\pi + \pi$ $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = \infty$ $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = \lim_{n\to\infty} \sin^2(n2\pi) = \lim_{n\to\infty} 0 = 0$, $\lim_{n\to\infty} f(b_n) = \lim_{n\to\infty} \sin^2(n2\pi + \pi) = \lim_{n\to\infty} 1 = 1$