Kalkulus 11. gyakorlat megoldások

November 2, 2025

1.feladat

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{-x^4-2x^2}{2x^3+1} = -1$

b) $\lim\limits_{x\to \pi} (\sin x + \tan(2x)) = 0$

c) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{70}{2x-10} \nexists$

d) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{1}{(2x-10)^2} = +\infty$

e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{x-1} = -1$

f) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-6}{x^2-3x+2} \nexists$

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+5x}{2x-x^2} = \frac{5}{2}$

h) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-3x+2}{2x-2x^2} = \frac{1}{2}$

i) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2+3x-10}{(x^2-4)^2} = -\infty$

j) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+3x-10}{(x^2-4)^2} \nexists$

k) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{3x^2+1}-2x} = -2$

l) $\lim\limits_{x\to 3+} (2+5\{x\}) = 2$

m) $\lim\limits_{x\to 3-} (2+5\{x\}) = 7$

n) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+4}} + \frac{1}{x-2} \nexists$

2.feladat

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-2x+3)=+\infty$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3-2x+3)=-\infty$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-4x^2-\frac{2}{x})=-\infty$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^4-2x^2}{3x^3+1}=-\infty$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^5-3x^2+1}{x^7+4x^3+5}=0$

f) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^5-3x^2+1}{x^7+4x^3+5}=0$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+3x-10}{(x^2-4)^2}=0$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^3-3}{5x-4x^3+1}=-\frac{3}{4}$

i) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^7-5x^4-x^2}{10x-3x^5+11x^2}=-\infty$

j) $\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-3}\right)=2$

3.feladat*

a, $a_n:=\frac{1}{n2\pi}$, $b_n:=\frac{1}{n2\pi+\pi}$ $\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}b_n=0$ $\lim_{n\to\infty}f(a_n)=\lim_{n\to\infty}\cos(n2\pi)=\lim_{n\to\infty}1=1$, $\lim_{n\to\infty}f(b_n)=\lim_{n\to\infty}\cos(n2\pi+\pi)=\lim_{n\to\infty}0=0$

b, $a_n:=n2\pi$, $b_n:=n2\pi+\pi$ $\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}b_n=\infty$ $\lim_{n\to\infty}f(a_n)=\lim_{n\to\infty}\sin^2(n2\pi)=\lim_{n\to\infty}0=0$, $\lim_{n\to\infty}f(b_n)=\lim_{n\to\infty}\sin^2(n2\pi+\pi)=\lim_{n\to\infty}1=1$

4.feladat*

a, $\lim_{x\to a}f(x)=-\infty$ $(a\in\mathbb{R})$: a torlódási pontja D_f-nek, és $\forall K>0$-ra $\exists\delta>0$ hogy ha $x\in D_f$ és $x\in K_\delta(a)$ akkor $f(x)<-K$.c

b, $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$: D_f nem alulról korlátos, és $\forall K>0$-ra $\exists P>0$ hogy ha $x\in D_f$ és$x<-P$ akkor $f(x)>K$.

5.feladat*

$\lim_{x\to a}f(x)=A$: a torlódási pontja D_f-nek, és $\forall\epsilon>0$ $\exists\delta>0$ hogy ha $x\in D_f$ és $0<|x-a|<\delta$ akkor $|f(x)-A|<\epsilon$

a, $|3x+4-7| = |3x-3| = 3|x-1| < \epsilon \to |x-1| < \epsilon/3 \Leftarrow |x-1| < \delta := \epsilon/3$

b, $|\frac{8-2x^2}{x+2} - 8| = |\frac{-2x^2-8x-8}{x+2}| = |\frac{-2(x+2)^2}{x+2}| = 2|x+2| < \epsilon \to |x+2| < \epsilon/2 \Leftarrow |x+2| < \delta := \epsilon/2$

c, $|\sqrt{1-5x} - 4| = |\frac{1-5x-16}{\sqrt{1-5x}+4}| = \frac{5|x+3|}{\sqrt{1-5x}+4} < \frac{5|x+3|}{4} < \epsilon \to |x+3| < 4\epsilon/5 \Leftarrow |x+3| < \delta := 4\epsilon/5$

d, $|\frac{1-2x}{x+3} + 2| = \frac{7}{x+3} < \epsilon \to 7/\epsilon - 3 < x \Leftarrow x > K := 7/\epsilon - 3$