

Kalkulus tizenegyedik feladatsor

Függvények határértéke, folytonosság

1. Határozza meg a következő határértékeket! (*Kónya 3.16 3.17 3.18*)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin(x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(6x)}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x^2)}{\tan(3x^2)}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(9x^2)}{x^2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt[5]{x}) - 1}{\sin(\sqrt[3]{x})}$

2. Folytonos-e a következő függvény?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} + x, & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{\tan(3x)}{2x}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$

3. Hol és milyen típusú szakadásai vannak az alábbi függvényeknek? (*Kónya 3.2 fejezet*)

a) $f(x) = \frac{(x+3)(x^2-2x+1)}{x^3+3x}$

b) $f(x) = \frac{x^4-3x^3}{|2x^2-6x|}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|4-x|} + \frac{1}{4-x}, & \text{ha } x \geq 2 \\ \frac{x^2-10x}{x^2-11x+10}, & \text{ha } x < 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \frac{\sin|x-2|}{x-2}$

e) $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-3x+2}$

4. * Határozzuk meg az alábbi függvény szakadási pontjait és azok típusát!

$$f(x) = \begin{cases} 5, & \text{ha } x \leq -1 \\ \frac{3}{x+1} - \frac{25}{8}, & \text{ha } -1 < x < 0 \\ -\frac{1}{8}, & \text{ha } x = 0 \\ \frac{\cos(x) - 1}{4x^2}, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$