Kalkulus tizenkettedik feladatsor

Differenciálszámítás

1. * Határozza meg definíció alapján az alábbi deriváltakat, ha léteznek! *(Kónya 4.1, 4.3 fej.)*
   a) $f(x) = \sqrt{6x+1}$, $f'(4) = ?$
   b) $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+7}}$, $f'(1) = ?$
   c) $h(x) = \dfrac{1}{3x+1}$, $f'(-1) = ?$
   d) $j(x) = \sqrt[3]{x}$, $f'(0) = ?$
   e) $j(x) = \sqrt[3]{x}\sin(\sqrt[3]{x^2})$, $f'(0) = ?$

2. A deriválási szabályok alkalmazásával számoljuk ki a következő deriváltakat!
   a) $1 + x + 3x + 2x^3 + 5x^7$
   b) $2x^\pi + 5\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[5]{x^2} + 5\dfrac{1}{x^7} + 2\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$
   c) $\ln(x)\sin(x)$
   d) $(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})\tan(x)$
   e) $\dfrac{\cos(x)}{\sqrt{x}}$
   f) $\dfrac{\arcsin(x)}{(x^2+1)}$
   g) $\arctan(e^x)$
   h) $\sinh(\sqrt{x})$
   i) $\sqrt{\operatorname{arcosh}(x^2)}$

3. Határozza meg az alábbi deriváltakat, ahol azok értelmezve vannak! *(Kónya 4.2)*
   a) $\sin(3x)$
   b) $\dfrac{\ln 2x + 1}{5\sqrt[5]{x} - x}$
   c) $\sin(x^3)$
   d) $\sin^5(2x^3)$
   e) $(x^2+1)\sqrt{1+2x^4}$
   f) $\frac{x^4 - 4^{x-1} + 3}{e^x + 8 - 2\ln(x)}$
   g) $\operatorname{ctg}(x)$
   h) $\dfrac{x^2 3^x + 3}{2x^2 + 7}$
   i) $(x^3 + 2x^2 - 6)^8$
   j) $(x^3 + \cos^2(x^4))^3$

k) $\sqrt{\dfrac{x+1}{x^{2021}-\frac{1}{x}}}$

l) $\sinh\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)$

4. Adjuk meg a következő függvényeknek az $(x_0, f(x_0))$ ponton áthaladó érintőjét!

   a) $f(x) = x^2 - 5x + 10$, $x_0 = 0$, $x_0 = 4$

   b) $f(x) = \sqrt[3]{3-2x}$, $x_0 = 2$

   c) $f(x) = \sin(2x)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$

   d) $f(x) = \sin(2x)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$

   e) $f(x) = \arctan x$, $x_0 = 0$