

Kalkulus tizenharmadik és tizennegyedik feladatsor

Differenciálszámítás, L'Hospital szabály, Függvényvizsgálat

1. Legyenek a és b tetszőleges valós paraméterek,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x-1}, & \text{ha } x \geq 1 \\ ax+b, & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

Megválasztható-e a és b értéke úgy, hogy f folytonos legyen? És úgy, hogy deriválható is? (Kónya 4.2)

2. Határozza meg a deriváltfüggvényt, ahol létezik! (Kónya 4.2)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\cos^2(4x)+3} - \frac{8}{(x-2)^4}, & \text{ha } x \geq 0 \\ \frac{\sin^2(3x)}{7x^2}, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

3. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (Kónya 4.5)

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = ?$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(2x^3)}{\operatorname{arsh}(5x^3)} = ?$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3x^2)}{\tan^2(x)} = ?$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-5x} = ?$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln(x^7) = ?$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} \right) = ?$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan(x)} = ?$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{8x} - 2e^{-3x}}{e^{5x} + e^{-3x}} = ?$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(3x-2)}{\cosh(3x+4)} = ?$

4. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényeken! (Kónya 4.6)

a) $f(x) = 2x^2 - x^4$

b) $g(x) = x + \frac{1}{x^2}$

c) $h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x}$

d) $j(x) = x^3 + \frac{48}{x^2}$

e) $k(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$

f) $l(x) = xe^{-3x}$

g) $m(x) = xe^{-x^2}$