

# Kalkulus tizenkilencedik feladatsor

## Improprius integrál, Alkalmazások, Integrálfüggvény

1. Számítsa ki az alábbi improprius integrálokat! (*Kónya 5.8 fejezet*)

a)  $\int_{-1}^{\infty} \frac{4}{x^2+2x+5} dx = ?$

b)  $\int_{-\infty}^{-4} \frac{1}{x^2+2x-3} dx = ?$

c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\arctan^2(2x)}{1+4x^2} dx = ?$

d)  $\int_{-2}^0 \frac{6}{\sqrt{4+2x}} dx = ?$

e)  $\int_0^{1/e} \frac{\ln^2(x)}{x} dx = ?$

f)  $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx = ?$

2. Mekkora az  $f(x) = x^2 + 2x$  és a  $g(x) = 4 - x^2$  görbéje közötti területet (*Kónya 5.5 fejezet*)

3. Számítsa ki az  $y = \ln(x)$  görbéje, valamint az  $y = 0$ ,  $x = \frac{1}{e}$ ,  $x = e$  egyenesek közé eső síkrész területe?

4. Számítsuk ki a  $90^\circ$ -os nyílásszögű körkúp térfogatát, felszínét!

5.  $f(x) = \operatorname{sgn}(x^2 - 5x + 4)$

a) Ábrázolja a függvényt!

b) Írja fel az

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

ún. integrálfüggvényt, ha  $x \in [0, 3]$ !

6.

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt, \quad G(x) = \int_0^{x^3} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt, \quad H(x) = \int_x^{x^3} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt \quad (x \neq 0)$$

Határozza meg a deriváltfüggvényeket!