

2020 január 7.  
Munkaidő: 110 perc

## KALKULUS VIZSGA

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Név: \_\_\_\_\_

Neptun kód: 

--	--	--	--	--	--

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>	<b><math>\Sigma</math></b>

1. (10 p) Számítsa ki az alábbi sorozat határértékét!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 3n^2} - \sqrt{n^4 - 7n^3})$$

2. (20 p) Számítsa ki az alábbi határértéket a L'Hospital szabály alkalmazása nélkül!

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 + 4x^2}{2x^5 - x^3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin^3(5x)}$

3. (15 p) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(-4i + 4 - (4 - 2i)z + z^2)(z + 2) = 0$$

4. (20 p) Számítsa ki az alábbi függvények deriváltját! A megoldást részletesen vezesse le: írja le, hogy mikor, milyen deriválási szabályt használt! Csupán az eredmény közléséért nem jár pont!

$$f(x) = (5x + \sinh(6x^2 + 1) + 4)^5 \quad g(x) = \frac{\sqrt{4x^4 + 10}}{6x - e^x}$$

**Két oldalas a feladatsor.**

5. (20 p) Számítsa ki az alábbi integrálokat a  $t = \sqrt{2x+1}$  új változó bevezetésével!

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{2x+1}} dx \qquad \int_0^3 \frac{2x+3}{\sqrt{2x+1}} dx$$

6. (15 p) Határozza meg az  $f(x) = -x^2 + 4x + 1$  és a  $g(x) = x^2 - 4x - 9$  függvények görbéje által határolt korlátos síkidom területét!

**Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.**

(15 p) Oldja meg az alábbi háromismeretlenes egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} y + 2z &= 20 \\ 5x + 10y + 15z &= 160 \\ -2y + 3z &= 30 \end{aligned}$$

*Részleges megoldásért részpontszám adható, de indoklás nélküli eredményközlésért nem jár pont. Az előadáson vagy gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például "Előadáson/Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy. . ."), kivéve ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. **Semmilyen segéd-eszköz nem használható, számológép sem! Mobiltelefont használni tilos! Ha egy feladatnál egyértelműen megállapítható az egymásról másolás ténye, akkor a megoldások beküldőinek (beleértve azt is, akiről történt a másolás) nem jár pont. Jó munkát!***