

2020 január 21.
Munkaidő: 110 perc

KALKULUS VIZSGA 3

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Név: _____

Neptun kód: _____

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Σ |
| | | | | | | |

1. (20p=10p+10p) Mennyi az alábbi sorozatok határértéke?

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{6n+3}}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 100n^7 + 324}{3^{n+1} - \sqrt{n} + \log(n)}$

2. (10p) Számítsa ki az alábbi határértéket, amennyiben létezik!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$$

3. (15p) Adja meg z^3 trigonometrikus alakját, ha $z = -1 - \sqrt{3}i$. Írja fel a z^3 számot algebrai alakban is!
4. (20p) Számítsa ki az $f(x) = 1 - 2 \ln(x^2 + 2x + 2)$ függvény minimumát és maximumát a $[-2, 2]$ intervallumon, amennyiben ezek léteznek! Adja meg a függvény értelmezési tartományát is!
5. (10 p) Határozza meg alábbi függvény érintőegyenésének egyenletét az $x_0 = \pi$ pontban!

$$f(x) = \cos(-x) + x$$

Két oldalas a feladatsor.

6. (25p=15p+10p) Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat! Adja meg, hogy milyen szabályt használ, milyen szereposztással, indokoljon! Csupán az eredmény közléséért nem jár pont!

$$a) \int x \cdot \sin(2x + 1) dx$$

$$b) \int x^2 \sqrt{4 - x^3} dx$$

Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.

(15p) Konvergens-e az alábbi improprius integrál? Ha igen, mennyi az értéke? Részletes indoklás szükséges!

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)(x+6)} dx$$

Részleges megoldásért részpontszám adható, de indoklás nélküli eredményközlésért nem jár pont. Az előadáson vagy gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például "Előadáson/Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy. . ."), kivéve ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. Semmilyen segédeszköz nem használható, számológép sem! Mobiltelefont használni tilos! Ha egy feladatnál egyértelműen megállapítható az egymásról másolás ténye, akkor a megoldások beküldőinek (beleértve azt is, akiről történt a másolás) nem jár pont. Jó munkát!