

Matematika A2a - Vektorfüggvények

MINTA 1. ZH

Kb. ilyen nehézségű kérdések várhatók az 1. ZH-ban:

Jelölje be az összes igaz választ! Minden feladatban van igaz és hamis válasz is, de azt nem mondjuk meg, hogy mennyi. A rossz válaszokért pontlevonás jár!

1. **Feladat:** Tekintse az $\int_3^{\infty} \frac{7x-4}{x^2-3x+2} dx$ improprius integrált!

a) Ebben a feladatban 1. típusú improprius integrálunk van. b) Ebben a feladatban 2. típusú improprius integrálunk van.

c) Parciális törtekre bontással $\frac{10}{x-2} - \frac{3}{x-1}$ alakba írható az integrandus függvény.

d) Parciális törtekre bontással $-\frac{3}{x-1} - \frac{10}{x-2}$ alakba írható az integrandus függvény.

e) Parciális törtekre bontással $\frac{3}{x-1} - \frac{10}{x-2}$ alakba írható az integrandus függvény.

f) Az improprius integrál konvergens és értéke $10/3$. g) Az improprius integrál divergens és értéke ∞ .

2. **Feladat:** Tekintse két síkot a 3-dimenziós térben: $x + y - 4z = 4$ és $2x + 2y - 8z = 16$

a) Az $x + y - 4z = 4$ sík egy normálvektora $\mathbf{n}_1 = (1, -1, -4)$.

b) A két sík normálvektora merőleges egymásra.

c) A két sík normálvektora nincs egy síkban.

d) Metszeni kell a két síkot egy harmadik síkkal és az így keletkező két egyenes távolsága ugyanannyi, mint a két sík távolsága.

e) A két sík távolsága $\frac{4}{\sqrt{18}}$.

3. **Feladat:** Tekintse a $z^6 + (16 + 16i)z^2 = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán!

a) A $z = 0$ háromszoros gyöke az egyenletnek.

b) A megoldások között szerepelnek a $-16 - 16i$ komplex negyedik gyökei is.

c) A megoldások között szerepel $2\sqrt[8]{2} \left(\cos \frac{13\pi}{16} + i \sin \frac{13\pi}{16} \right)$ is.

d) A nem nulla megoldások $\sqrt{2}$ távolságra helyezkednek el az origótól.

e) A nem nulla megoldások negyedik hatványa ugyanannyi.

f) A nem nulla megoldások negyedik hatványa négy különböző komplex szám.

4. **Feladat:** Tekintse a következő mátrixegyenletet:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{X} - \mathbf{B} = \mathbf{6} \cdot \mathbf{X}, \text{ ahol } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) $\mathbf{X}$ egy 3×1 -es mátrix, amennyiben létezik.

b) Az eredeti mátrixegyenlet ekvivalens az $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^T - 6\mathbf{E}_3)\mathbf{X} = \mathbf{B}$ mátrixegyenlettel.

c) Az eredeti mátrixegyenlet ekvivalens az $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^T + 6\mathbf{E}_3)\mathbf{B} = \mathbf{X}$ mátrixegyenlettel.

d) A mátrixegyenletnek az $\mathbf{E}_3$ egységmátrix nem megoldása.

e) Az $\mathbf{X}$ megoldásmátrix háromszor is tartalmazza a $-\frac{2}{3}$ elemet.

f) Az $\mathbf{X}$ megoldásmátrix négyszer tartalmazza az $\frac{5}{6}$ elemet.