

Matematika A2a - Vektorfüggvények

MINTA 2. ZH

Kb. ilyen nehézségű kérdések várhatók a 2. ZH-ban:

Jelölje be az összes igaz választ! Minden feladatban van igaz és hamis válasz is, de azt nem mondjuk meg, hogy mennyi. A rossz válaszokért pontlevonás jár!

1. **Feladat:** Tekintse az $\begin{cases} x + y + z = 2q \\ 2x - 3y + 2z = 4q \\ 3x - 2y + pz = q \end{cases}$ egyenletrendszert!
- a) Gauss-módszerrel elérhetjük azt, hogy az egyenletrendszer $[A | b]$ kibővített együtthatómátrixával ekvivalens mátrix utolsó sora $0 \ 0 \ p - 3 \ | \ -5q$ legyen.
- b) Gauss-módszerrel elérhetjük azt, hogy az egyenletrendszer $[A | b]$ kibővített együtthatómátrixával ekvivalens mátrix utolsó sora $0 \ 0 \ p - 5 \ | \ 3q$ legyen.
- c) Gauss- módszer elvégzése után az $[A | b]$ kibővített mátrixban van tiszta nullákból álló sor, ha $p = 5$ és $q = 1$.
- d) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza üres $\Leftrightarrow p = 3$ és $q \neq 0$.
- e) Az egyenletrendszer megoldáshalmaza pontosan egyelemű $\Leftrightarrow p \neq 3$ és $q = 0$.
- f) Az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van $\Leftrightarrow p = 3$ és $q = 0$.

2. **Feladat:** Tekintse az alábbi mátrixot:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- a) Az A mátrix sajátértékei $\lambda_1 = 3, \lambda_{2,3} = -3$.
- b) Az A mátrix sajátértékei $\lambda_1 = -3, \lambda_{2,3} = 3$.
- c) Az A mátrix nem diagonalizálható.
- d) A $\lambda = -3$ sajátértékhez tartozó sajátvektorok $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} t \\ 0 \\ -t \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R}$.
- e) A $\lambda = 3$ sajátértékhez tartozó sajátvektorok $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} t \\ 2t \\ t \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R}$.

3. **Feladat:** Tekintse a $z = f(x, y)$ egyenletű felületet az $\mathbb{R}^3$ térben, ahol $f(x, y) = (y + x^2)(y - x^3) + 3, (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

- a) $f'_x(x, y) = -5x^4 - 3x^2y - 2xy$.
- b) $f'_y(x, y) = -x^3 + x^2 - 2y$.
- c) Az f függvény $(1, 1)$ -ben tekintett gradiensvektora $(6, -2)$.
- d) Az $(1, 1, f(1, 1))$ pontban a felülethez húzott érintő sík egyenlete $-6x + 2y - z + 7 = 0$.

4. **Feladat:** Tekintse az alábbi kétváltozós függvényt:

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2 + 2xy + y^2, (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- a) $f''_{xy}(x, y) = 2$
- b) Az f függvény Hesse-mátrixa a $(0, 0)$ helyen pozitív definit, ezért a $(0, 0)$ egy lokális minimumhelye az f függvénynek.
- c) $\left(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3}\right)$ egy lokális minimumhelye az f függvénynek.
- d) $\frac{256}{27}$ lokális maximum értéke az f függvénynek.
- e) Az f függvény Hesse-mátrixa negatív definit a $\left(\frac{8}{3}, -\frac{8}{3}\right)$ helyen.