NÉV:

NEPTUN KÓD:

VIZSGÁRA HOZOTT PONTOK ÖSSZEGE:

A csoport

MINTAVIZSGA - Matematika A1a - Analízis, D00 kurzus

A MINTAVIZSGA megoldásához 90 perc áll rendelkezésükre. Csak a feladatlapon kitöltött válaszokat pontozzuk! Hibás válaszért nem jár pontlevonás! Sehol nem fogadunk el közelítő értéket tizedestört alakban (tehát pl. $\ln 5$ **helyett ne írjanak 1,61-et, maradjon az érték** $\ln 5$**), azaz mindenhol kérjük a pontos értéket!**

1. Feladat (10 pont)
Tekintse a következő két határértéket:

$A := \lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x-2}{5x-4}\right)^{\frac{\sqrt{2x^3+3}}{3x^2-1}}$ és $B := \lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x+2}{3x-2}\right)^{x}$.

☐ a) (1 pont) Ekkor $\lim_{x\to\infty} \frac{3x-2}{5x-4} = ...$

☐ b) (4 pont) Ekkor $A = ...$

☐ c) (1 pont) Ekkor $\lim_{x\to\infty} \frac{3x+2}{3x-2} = ...$

☐ d) (4 pont) Ekkor $B = ...$

2. Feladat (15 pont)
Tekintse az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (3x+1)^2 e^{2x}$ függvényt!

☐ a) (3 pont) Ekkor $f'(x) = ...$

☐ b) (3 pont) Ekkor $f''(x) = ...$

(Az a) és b) pontban kért deriváltakat nem szükséges egyszerűbb alakra hozni, elég csak *helyesen* deriválni.)

☐ c) (2 pont) Ekkor az f függvény szigorúan monoton csökkenő, ha ...
(A c) pontra csak akkor kapja meg a pontot, ha nem hiányos a válasz!)

☐ d) (2 pont) Ekkor f lokális szélsőértékhelye(i) a következő(k): ...
(Ide, a d) ponthoz, ha több ilyen van, mindegyiket be kell írni, mint ahogy azt is, hogy lokális maximumhelyről vagy lokális minimumhelyről van szó!)

☐ e) (2 pont) Ekkor f konvex, ha: ...
(Az e) pontra csak akkor kapja meg a pontot, ha nem hiányos a válasz!)

☐ f) (2 pont) Ekkor f inflexiós pontja(i) a következő(k): ...
(Ide, az f) ponthoz, ha több ilyen van, mindegyiket be kell írni!)

☐ g) (1 pont) Ekkor f'' negatív, ha: ...
(A g) pontra csak akkor kapja meg a pontot, ha nem hiányos a válasz!)

3. Feladat (5 pont)
Tekintse az alábbi függvényt:

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+1}}{x+5}, \quad x > -5.$$

☐ a) (2 pont) Ekkor $f'(x) = ...$

($f'(x)$-et nem szükséges egyszerűbb alakra hozni, elég *helyesen* deriválni.)
☐ b) (1 pont) Ekkor $f'(0) = ...$
☐ c) (2 pont) Ekkor az f függvény grafikonjának $x_0 = 0$ abszcisszájú pontjában a grafikonhoz húzott érintőegyenes egyenlete a következő: ...

4. Feladat (10 pont)
Tekintse az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x^2+4x+5}$ függvényt!
☐ a) (3 pont) $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ kiszámításakor a nevező a következő alakba írható át: $x^2 + 4x + 5 = ...$
☐ b) (5 pont) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = ...$
☐ c) (2 pont) $\int_{-2}^{\sqrt{3}-2} f(x)\,\mathrm{d}x = ...$

5. Feladat (10 pont)
Tekintse az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{\mathrm{e}^{4x}}{\mathrm{e}^{2x}+1}$ függvényt!
☐ a) (2 pont) $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ kiszámításakor a következő helyettesítést használjuk: $t = ...$
☐ b) (2 pont) Az új (t) változóval az integrál a következőképpen írható fel: ...
☐ c) (4 pont) A határozatlan integrál eredménye $\int f(x)\,\mathrm{d}x = ...$

☐ d) (2 pont) $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = ...$

6. Feladat (10 pont)
Tekintsa a következő két függvényt: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x + 1$ és $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = 2x^2 - x - 3$.
☐ a) (2 pont) A két függvény metszéspontjainak abszcisszái: $x_1 = \ldots$ és $x_2 = \ldots$
☐ b) (3 pont) x_1 és x_2 között a két függvény közül a nagyobb függvény a következő: ...
☐ c) (3 pont) $\int [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = ...$

☐ d) (2 pont) A két függvény grafikonja által bezárt síkidom területe a következő:

$T = ...$