Matematika A1a - Analízis, D kurzusok, 2024/2025/1. **félév**
1. Minta ZH - TESZT MEGOLDÁSA

Hibás válaszért nem jár pontlevonás, akárcsak a teljes megoldást követelő zárthelyik esetében.

1. Feladat
Legyen $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+1}}{x+5}, \quad x > -5.$

☐ a) (2 pont) Ekkor $f'(x) = \frac{10x-1}{\sqrt{2x^2+1}(x+5)^2}$.
(Az ezzel ekvivalens alakot is elfogadjuk (jelen esetben azt is, ha nem hoznak a tört számlálójában közös nevezőre), de csak akkor, ha tényleg **minden deriválást elvégeztek** és teljesen hibátlan az eredmény. Ezért az egyszerűbb alakra hozást csak akkor végezzék el, ha biztosak abban, hogy nem hibáznak.)

☐ b) (1 pont) Ekkor $f'(0) = -\frac{1}{25}$.

☐ c) (2 pont) Ekkor az f függvény grafikonjának $x_0 = 0$ abszcisszájú pontjában a grafikonhoz húzott érintőegyenes egyenlete a következő:

$$y - \frac{1}{5} = -\frac{1}{25}x.$$

2. Feladat
Legyen $f(x) = \sqrt{256 - x^4}$, $D_f = [-4, 4]$ és $g(x) = x^2$, $D_g = \mathbb{R}$.

☐ a) (1 pont) Ekkor $D_{f \circ g} = [-2, 2]$.

☐ b) (1 pont) Az $f \circ g$ függvény hozzárendelési szabálya
$(f \circ g)(x) = \sqrt{256 - x^8}$.

☐ c) (1 pont) Ekkor $R_f \cap D_g = [0, 16]$.

☐ d) (1 pont) Ekkor $R_g \cap D_f = [0, 4]$.

3. Feladat
Legyen $p(x) = x^4 - x^3 + cx^2 + x + 6$, ahol c valós paraméter.

☐ a) (1 pont) ($x = -1$ gyöke a $p(x)$ polinomnak) $\Leftrightarrow c = -7$.

☐ b) (2 pont) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $(x + 1)$-gyel való osztásakor a hányados polinom $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

$\square$ c) (1 pont) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $(x+1)(x-1)$-gyel való osztásakor a hányados polinom $x^2 - x - 6$.

$\square$ d) (2 pont) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $\mathbb{R}$-beli gyöktényezős alakja $(x+1)(x-1)(x+2)(x-3)$.

4. Feladat

Legyen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x - 20}{x^2 - x - 12}, \text{ ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 4\}, \\ 0, \text{ ha } x \in \{-3; 4\}. \end{cases}$

$\square$ a) (1 pont) Az f függvény folytonosságát/lehetséges szakadási helyeit a következő két pontban kell vizsgálnunk (az 1 pontot csak akkor kapja meg, ha teljes a válasz):

$x_1 = -3$ és $x_2 = 4$.

$\square$ b) (1 pont) Az f függvénynek megszüntethető szakadási helye: $x_2 = 4$.

$\square$ c) (2 pont) Az f függvénynek a megszüntethető szakadási helyen a határértéke

$= \frac{9}{7}$.

(ide az eredményt kérjük!)

$\square$ d) (1 pont) Az f függvénynek másodfajú szakadási helye: $x_1 = -3$.