Matematika A1a - Analízis, D kurzusok, 2024/2025/1. **félév**
2. Minta ZH - TESZT MEGOLÁSA (hasonló nehézségű lesz a 2. ZH

is)
A 2. Minta ZH megoldásához 45 perc áll rendelkezésükre. Mindegyik esetben láthatják a helyes válasz pontszámát. A ZH-n hasonló nehézségű feladatlapot kapnak, azon kell az eredményeket megadni. Csak a feladatlapon kitöltött válaszokat pontozzuk!
Hibás válaszért nem jár pontlevonás, akárcsak a teljes megoldást követelő zárthelyik esetében.

1. Feladat
Legyen $f(x) = 5 - \frac{10x}{x^2+1}, \quad D_f = \mathbb{R}$.

☐ a) (2 pont) Ekkor $f'(x) = \frac{10x^2-10}{(x^2+1)^2}$.

☐ b) (2 pont) Ekkor $f''(x) = \frac{20x(3-x^2)}{(x^2+1)^3}$.

☐ c) (1 pont) Ekkor az f függvény szigorúan monoton csökkenő, ha

$x \in (-1, 1)$.

Ide, a c) ponthoz a maximális ilyen halmazt (intervallumot vagy intervallumokat, ha több ilyen van) kell írni, nem jó, ha annak csak egy részhalmazát adja meg!

☐ d) (1 pont) Ekkor f lokális szélsőértékhelye(i) a következő(k): $x_1 = -1$ lokális maximumhely és $x_2 = 1$ lokális minimumhely.

Ide, a d) ponthoz, ha több ilyen van, mindegyiket be kell írni, mint ahogy azt is, hogy lokális maximumhelyről, vagy lokális minimumhelyről van szó!

☐ e) (1 pont) Ekkor f lokális szélsőértéke(i) a következő(k): $f(-1) = 10$ lokális maximum (érték) és $f(1) = 0$ lokális minimum (érték).

Ide, az e) ponthoz, ha több ilyen van, mindegyiket be kell írni, mint ahogy azt is, hogy lokális maximumról, vagy lokális minimumról van szó!

☐ f) (1 pont) Ekkor f inflexiós pontja(i) a következő(k): $x_3 = 0, \quad x_4 = -\sqrt{3}$ és $x_5 = \sqrt{3}$. (Nem fontos, hogyan indexelünk.)

Ide, az f) ponthoz, ha több ilyen van, mindegyiket be kell írni!

☐ g) (1 pont) Ekkor f konkáv a következő intervallumokon: $(-\sqrt{3}, 0)$ és $(\sqrt{3}, \infty)$.

☐ h) (1 pont) Ekkor f aszimptotájának egyenlete a következő (azt is írjuk oda, hol): $y = 5$ vízszintes aszimptota $(-\infty)$-ben és ∞-ben is.

2. Feladat
Legyenek a következő függvények $h(x) = x^2 \cos(4x)$, $D_h = \mathbb{R}$ és $k(x) = \frac{\ln(4x)}{x}$, ahol $D_k = (0, \infty)$.

☐ a) (1 pont) Ekkor $\int x^2 \cos(4x)\,\mathrm{d}x$ parciális integrálással végezhető el, ahol a szereposztás:

$f(x) = x^2$ és $g'(x) = \cos(4x)$

$f'(x) = 2x$ és $g(x) = \frac{\sin(4x)}{4}$.

☐ b) (2 pont) Az integrálás utáni eredmény pedig:

$\int x^2 \cos(4x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^2 \sin(4x)}{4} + \frac{1}{8} x \cos(4x) - \frac{1}{32} \sin(4x) + c.$

Ide, a b) ponthoz csak akkor jár a 2 pont, ha a végeredményt írta, melyben már nem szerepel integráljel! A 2 pont nem szétbontható!

☐ c) (1 pont) $(\ln(4x))' = \frac{1}{x}$

☐ d) (1 pont) $\int \frac{\ln(4x)}{x}\,\mathrm{d}x = \frac{\ln^2(4x)}{2} + c.$

Ide, a d) ponthoz csak akkor jár az 1 pont, ha a végeredményt írta, melyben már nem szerepel integráljel!

3. Feladat
Legyen $f(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{x^4+1}\right)^3, \quad x \in \mathbb{R}.$

☐ a) (3 pont) Ekkor $f'(x) = \frac{6x}{x^2+1} - \frac{12x^3}{x^4+1}$.

☐ b) (1 pont) Ekkor $f'(1) = -3$.

☐ c) (1 pont) Az $x_0 = 1$ abszcisszájú pontban az f függvény grafikonjához húzott érintő egyenes egyenlete: $y = -3x + 3$