**Matematika A1a - Analízis, D kurzusok,** 2022/2023/1. **félév**
**Ez egy MINTA 1. ZH - TESZT**

**Az 1. Minta ZH megoldásához 45 perc áll rendelkezésére. Mindegyik feladatban akár több helyes és helytelen válasz lehet (előre nem lehet tudni a helyes válaszok számát), de az biztos, hogy a 0 pontot érő „Nem válaszolok" opción kívül van a feladatban legalább egy helyes válasz és legalább egy helytelen válasz is. Minden tesztfeladatban azt kérjük, hogy „Válasszon ki egyet vagy többet", azt értve ezen, hogy az összes helyes választ kérjük, csak nem áruljuk el, hány válasz helyes: egy vagy több.**

**1. Feladat**

Legyen $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+1}}{x+5}, \quad x > -5.$

☐ a) Ekkor $D_{f'} = (-5, \infty)$.
☐ b) Ekkor $D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.
☐ c) $f'(x) = \frac{10x-1}{\sqrt{2x^2+1}(x+5)^2}, \quad x > 5.$
☐ d) $f'(x) = \frac{10x-1}{\sqrt{2x^2+1}(x+5)^2}, \quad x > -5.$
☐ e) Az $x = 0$ abszcisszájú pontban az érintőegyenes $y = -\frac{1}{25}x - \frac{1}{5}$.
☐ f) $f'(0) = -\frac{1}{25}$, $f(0) = \frac{1}{5}$.
☐ g) Ekkor az $f$ függvény grafikonjának $x_0 = 0$ abszcisszájú pontjában a grafikonhoz húzott érintőegyenes nem vízszintes.
☐ h) Nem válaszolok.

**2. Feladat**

Legyen $f(x) = \sqrt{256 - x^4}$, $D_f = [-4, 4]$ és $g(x) = x^2$, $D_g = \mathbb{R}$.

☐ a) $D_{f \circ g} = [-4, 4]$.
☐ b) $D_{g \circ f} = [-4, 4]$.
☐ c) Az $f \circ g$ függvény hozzárendelési szabálya $(f \circ g)(x) = \sqrt{256 - x^8}$.
☐ d) A $g \circ f$ függvény hozzárendelési szabálya $(g \circ f)(x) = 256 - x^4$.
☐ e) Ekkor $R_f \cap D_g = [0, 16]$.
☐ f) Ekkor $R_g \cap D_f = [0, 4]$.
☐ g) Nem válaszolok.

**3. Feladat**

Legyen $p(x) = x^4 - x^3 + cx^2 + x + 6$, ahol $c$ valós paraméter.

☐ a) ($x = -1$ gyöke a $p(x)$ polinomnak) $\Leftrightarrow c = -2$.
☐ b) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $(x+1)$-gyel való osztásakor a hányados polinom $(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$, a maradék polinom pedig a nullpolinom.
☐ c) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $(x+1)$-gyel való osztásakor a hányados polinom $(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$, a maradék polinom pedig nem a nullpolinom.
☐ d) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $(x + 1)(x - 1)$-gyel való osztásakor a hányados polinom $(x^2 - x - 6)$.
☐ e) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $\mathbb{R}$-beli gyöktényezős alakja

$(x+1)(x-1)(x+2)(x-3)$.

☐ f) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom $\mathbb{R}$-beli gyöktényezős alakja $(x+1)(x-1)(x^2 - x - 6)$.

☐ g) Nem válaszolok.

☐ h) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinomnak van olyan gyöke, melyre igaz, hogy az ellentettje is gyöke a polinomnak.

☐ i) Az $(x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6)$ polinom felbontható négy elsőfokú, valós együtthatós polinom szorzatára.

**4. Feladat**

Legyen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x - 20}{x^2 - x - 12}, \text{ ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 4\}, \\ 0, \text{ ha } x \in \{-3; 4\}. \end{cases}$

☐ a) Az $f$ függvény lehetséges szakadási helyei $x_1 = -4$ és $x_2 = 3$.

☐ b) $x_1 = -3$ az $f$ függvény elsőfajú szakadási helye.

☐ c) $\lim_{x \to -3^+} f(x) = \infty$ és $\lim_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$.

☐ d) $\lim_{x \to -3^+} f(x) = -\infty$ és $\lim_{x \to -3^-} f(x) = \infty$.

☐ e) $x_2 = 4$ az $f$ függvény elsőfajú szakadási helye, egészen pontosan itt megszüntethető a szakadás.

☐ f) Nem válaszolok.

☐ g) $\lim_{x \to 4} f(x) = \frac{9}{7}$.

☐ h) A függvény folytonos az $x_0 = -4$ pontban.