

**1. feladat** ===== **10 pont**

Van-e  $\equiv$  vagy  $\models$  kapcsolat a következő állítások között? Melyik tautológia? Melyik kontradikció?

(a)  $C \vee (A \wedge B)$ ;

(b)  $(A \oplus B) \implies (A \vee C)$ ;

(c)  $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \vee (A \oplus C)$ ;

(d)  $(C \vee A) \wedge (C \vee B)$ ;

(e)  $A \wedge B \wedge C$ ;

(f)  $A \wedge B \wedge \neg A$ ;

**2. feladat** ===== **10 pont**

Legyen

a szingli axióma az, hogy ha  $A$  halmaz, akkor  $\{A\}$  is az,

a páraxióma az, hogy ha  $A$  és  $B$  halmaz, akkor  $\{A, B\}$  is az,

és a trió axióma pedig az, hogy ha  $A$ ,  $B$  és  $C$  halmaz, akkor  $\{A, B, C\}$  is az.

A fenti 3 axióma közötti 9 implikáció közül melyik igazságához mely axiómák kellenek a ZF rendszerből?

**3. feladat** ===== **10 pont**

Adjon példát olyan  $A, B \subset \mathbb{R}$  nem üres felülről korlátos halmazokra, melyekre

- $AB$  felülről nem korlátos;
- $AB$  felülről korlátos, de  $\sup(AB) < (\sup A)(\sup B)$ ;
- $AB$  felülről korlátos, de  $\sup(AB) > (\sup A)(\sup B)$ ;

**4. feladat** ===== **10 pont**

Lefedhető-e megszámlálhatóan sok egyenessel az  $x^2 + y^2 = 1$  körvonalnak azon pontjai, melyekre  $x > 0$  és  $y > 0$ ?

**5. feladat** ===== **10 pont**

Bizonyítsuk be, hogy ha az  $f_n : I \rightarrow \mathbb{R}$  monoton növekedő függvényekből álló sorozat pontonként konvergensek  $I$ -n, akkor a határfüggvény is monoton növekedő.