

Definíció (42) Valós számok Az $A \subset \mathbb{Q}$ maximum nélküli kezdőszeletet **Dedekind-szelet**nek nevezzük, ha $A \notin \{\emptyset, \mathbb{Q}\}$.

Nevezzük **valós számoknak** a most definiált Dedekind-szeleteket.

A műveleteket és a rendezést a valós számok elemeire vezetjük vissza, amik racionális számok.

$$x +_{\mathbb{R}} y = \{p +_{\mathbb{Q}} q \mid (p, q) \in x \times y\}.$$

$$x \leq_{\mathbb{R}} y \iff x \subset y.$$

$$\text{Legyen } 0_{\mathbb{R}} = \{q \in \mathbb{Q} \mid q <_{\mathbb{Q}} 0_{\mathbb{Q}}\}.$$

Nevezzük **pozitív**nak az $x \in \mathbb{R}$ számot ha $0_{\mathbb{Q}} \in x$, azaz $0_{\mathbb{R}} \subsetneq x$.

Végül nevezzük **negatív**nak az $x \in \mathbb{R}$ számot ha nem pozitív és nem is $0_{\mathbb{R}}$, azaz $x \subsetneq 0_{\mathbb{R}}$.

Megjegyzés (42) A definíció korrekt, azaz ha $x, y \in \mathbb{R}$, akkor $x +_{\mathbb{R}} y \in \mathbb{R}$, és a pozitív, negatív, $0_{\mathbb{R}}$ egy osztályozás.

Bizonyítás. $x +_{\mathbb{R}} y \in \mathbb{R}$: Mivel $\emptyset \neq x, y \subsetneq \mathbb{Q}$, ezért $\exists p_1, p_2, q_1, q_2 \in \mathbb{Q} : p_1 \in x, p_2 \notin x, q_1 \in y, q_2 \notin y$.

Ekkor $p_1 +_{\mathbb{Q}} q_1 \in x +_{\mathbb{R}} y$, tehát $x +_{\mathbb{R}} y \neq \emptyset$. Másrészt $\forall r \in x, s \in y : r <_{\mathbb{Q}} p_2, s <_{\mathbb{Q}} q_2$, ezért $p_2 +_{\mathbb{Q}} q_2 \notin x +_{\mathbb{R}} y$, tehát $x +_{\mathbb{R}} y \subsetneq \mathbb{Q}$.

Ha $r \in x +_{\mathbb{R}} y, s \in \mathbb{Q}$, és $s \leq_{\mathbb{Q}} r$, akkor $\exists (p, q) \in x \times y : r = p +_{\mathbb{Q}} q$, de ekkor $s -_{\mathbb{Q}} q \leq_{\mathbb{Q}} r -_{\mathbb{Q}} q = p$, ezért $s -_{\mathbb{Q}} q \in x$, így $s = (s -_{\mathbb{Q}} q) +_{\mathbb{Q}} q \in x +_{\mathbb{R}} y$, tehát $x +_{\mathbb{R}} y$ leszálló.

Ha $r \in x +_{\mathbb{R}} y$, akkor $\exists (p_1, q) \in x \times y : r = p_1 +_{\mathbb{Q}} q$. Mivel x maximum nélküli kezdőszelet, ezért $\exists p_2 \in x : p_1 <_{\mathbb{Q}} p_2$, de ekkor $s = p_2 +_{\mathbb{Q}} q \in x +_{\mathbb{R}} y$ és $r <_{\mathbb{Q}} s$, tehát $x +_{\mathbb{R}} y$ maximum nélküli. $\square$

Tétel (42) $(\mathbb{R}, +, \leq)$ rendezett kommutatív csoport.

Bizonyítás. $+_{\mathbb{R}}$ asszociatív és kommutatív: $A +_{\mathbb{Q}}$ tulajdonságaiából öröklődik.

Additív neutrális elem, nullelem: $0_{\mathbb{R}}$. Két részletben látjuk be. Legyen $x \in \mathbb{R}$.

$x +_{\mathbb{R}} 0_{\mathbb{R}} \subset x$ Ha $p \in x +_{\mathbb{R}} 0_{\mathbb{R}}$, akkor $\exists q \in x, r \in 0_{\mathbb{R}} : p = q +_{\mathbb{Q}} r <_{\mathbb{Q}} q$, ezért $p \in x$.

$x \subset x +_{\mathbb{R}} 0_{\mathbb{R}}$ Ha $p \in x$, akkor p nem maximum, tehát $\exists q \in x : p <_{\mathbb{Q}} q$. Erre $r = p -_{\mathbb{Q}} q \in 0_{\mathbb{R}}$ és $p = q +_{\mathbb{Q}} r \in x +_{\mathbb{R}} 0_{\mathbb{R}}$.

Additív inverz: $\delta(\overline{-x}) \in \mathbb{R}$ ugyanis $-x$ felszálló, ezért $\overline{-x}$ kezdőszelet, és ekkor $\delta(\overline{-x})$ is az.

$x \neq \emptyset \implies -x \neq \emptyset \implies \delta(\overline{-x}) \subset \overline{-x} \subsetneq \mathbb{Q}$. $x \subsetneq \mathbb{Q} \implies \overline{-x} \neq \emptyset$, de mivel $\overline{-x}$ kezdőszelet, ezért $\delta(\overline{-x}) \neq \emptyset$.

$\delta(\overline{-x})$ -nek nincs maximuma.

Két részletben belátjuk, hogy $x +_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-x}) = 0_{\mathbb{R}}$.

$x +_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-x}) \subset 0_{\mathbb{R}}$ Ha $p \in x +_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-x})$, akkor $\exists q \in x, r \in \delta(\overline{-x}) : p = q +_{\mathbb{Q}} r$. Ekkor $-r \notin x$, tehát $q <_{\mathbb{Q}} -r$, azaz $p = q +_{\mathbb{Q}} r <_{\mathbb{Q}} 0_{\mathbb{Q}}$.

$0_{\mathbb{R}} \subset x +_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-x})$ Legyen $p <_{\mathbb{Q}} 0_{\mathbb{Q}}$, illetve $q \in x$ és $r \in \overline{x}$. Ekkor a $\mathbb{Q}$ Archimédieszi-tulajdonsága miatt

$\exists n \in \mathbb{Z}^+ : n \cdot_{\mathbb{Q}} (-p/q) \geq_{\mathbb{Q}} r -_{\mathbb{Q}} q$. Tehát van olyan $n \in \mathbb{Z}^+$, amire $q -_{\mathbb{Q}} n \cdot_{\mathbb{Q}} p/q \in \overline{x}$. Legyen most $n_0 \in \mathbb{Z}^+$ a legkisebb ilyen, és legyen $s = q -_{\mathbb{Q}} n_0 \cdot_{\mathbb{Q}} p/q \in \overline{x}$. Ekkor $s +_{\mathbb{Q}} p/q \in x$, továbbá $s -_{\mathbb{Q}} p/q \in \overline{x}$ és $s -_{\mathbb{Q}} p/q >_{\mathbb{Q}} s \in \overline{x}$, ezért $s -_{\mathbb{Q}} p/q \neq \min \overline{x}$, így $p/q -_{\mathbb{Q}} s \in \delta(\overline{-x})$. Kaptuk, hogy $p = s +_{\mathbb{Q}} p/q +_{\mathbb{Q}} p/q -_{\mathbb{Q}} s \in (x +_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-x}))$.

$\leq_{\mathbb{R}}$ parciális rendezés hiszen valójában halmazok közötti $\subset$.

$\leq_{\mathbb{R}}$ dichotóm: Tegyük fel, hogy $x \not\leq_{\mathbb{R}} y$, azaz $\exists p \in x \setminus y$. Ekkor $\forall q \in y : q <_{\mathbb{Q}} p$, de ekkor $y \subset x$.

$+_{\mathbb{R}}$ monoton, sőt szigorúan: Legyen $x, y, z \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $x \leq_{\mathbb{R}} y$. Akkor $x \subset y$, ezért $x \times z \subset y \times z$, és így $x +_{\mathbb{Q}} z \subset y +_{\mathbb{Q}} z$ vagyis $x +_{\mathbb{R}} z \leq_{\mathbb{R}} y +_{\mathbb{R}} z$.

$\leq$ helyett $<$ is írható, bár ennek a bizonyítása nehezebb. $\square$

Definíció (43) Ha $x, y \in \mathbb{R}$ úgy,

hogy egyik sem negatív, akkor $x \cdot_{\mathbb{R}} y = \{p \cdot_{\mathbb{Q}} q \mid p \in x \setminus 0_{\mathbb{R}}, q \in y \setminus 0_{\mathbb{R}}\} \cup 0_{\mathbb{R}}$.

Ha $x, y \in \mathbb{R}$ mindkettő negatív, akkor legyen $x \cdot_{\mathbb{R}} y = \delta(\overline{-x}) \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-y})$.

Ha pedig $x, y \in \mathbb{R}$ úgy, hogy x negatív, de y nem, akkor legyen $x \cdot_{\mathbb{R}} y = \delta(\overline{-(\delta(\overline{-x}) \cdot_{\mathbb{R}} y)})$.

Illetve, ha $x, y \in \mathbb{R}$ úgy, hogy y negatív, de x nem, akkor legyen $x \cdot_{\mathbb{R}} y = \delta(\overline{-(x \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{-y}))})$.

Megjegyzés (43) A definíció korrekt, azaz ha $x, y \in \mathbb{R}$, akkor $x \cdot_{\mathbb{R}} y \in \mathbb{R}$.

Bizonyítás. Elég csak nem negatív x és y esetén belátni. $x \cdot_{\mathbb{R}} y \neq \emptyset$.

$\exists r \in \bar{x}$ és $\exists s \in \bar{y}$, megmutatjuk, hogy $r \cdot_{\mathbb{Q}} s \notin x \cdot_{\mathbb{R}} y$, azaz $x \cdot_{\mathbb{R}} y \neq \mathbb{Q}$. Egyrészt $r \cdot_{\mathbb{Q}} s \notin 0_{\mathbb{R}}$, másrészt $\forall (p, q) \in (x \setminus 0_{\mathbb{R}}) \times (y \setminus 0_{\mathbb{R}})$ esetén $p \cdot_{\mathbb{Q}} q <_{\mathbb{Q}} r \cdot_{\mathbb{Q}} s$.

Ha $r \in x \cdot_{\mathbb{R}} y$, $s \in \mathbb{Q}$, és $s <_{\mathbb{Q}} r$, akkor $0_{\mathbb{Q}} \leq_{\mathbb{Q}} s$ esetén $\exists (p, q) \in (x \setminus 0_{\mathbb{R}}) \times (y \setminus 0_{\mathbb{R}})$ úgy, hogy $r = p \cdot_{\mathbb{Q}} q$, de ekkor $q > 0$, így $s /_{\mathbb{Q}} q <_{\mathbb{Q}} r /_{\mathbb{Q}} q = p$, ezért $s /_{\mathbb{Q}} q \in x \setminus 0_{\mathbb{R}}$. Tehát $x \cdot_{\mathbb{R}} y$ kezdőszelet.

Végül, legyen $r \in x \cdot_{\mathbb{R}} y$. Megmutatjuk, hogy nem maximum. Ha $r \in 0_{\mathbb{R}}$, akkor $r /_{\mathbb{Q}} 2_{\mathbb{Q}} >_{\mathbb{Q}} r$ és $r /_{\mathbb{Q}} 2 \in 0_{\mathbb{R}}$. Ha $0_{\mathbb{Q}} \leq_{\mathbb{Q}} r$, akkor $\exists (p_1, q_1) \in (x \setminus 0_{\mathbb{R}}) \times (y \setminus 0_{\mathbb{R}})$ úgy, hogy $r = p_1 \cdot_{\mathbb{Q}} q_1$, de ekkor $\exists (p_2, q_2) \in (x \setminus 0_{\mathbb{R}}) \times (y \setminus 0_{\mathbb{R}})$ úgy, hogy $p_1 <_{\mathbb{Q}} p_2$ és $q_1 <_{\mathbb{Q}} q_2$, és így $r <_{\mathbb{Q}} p_2 \cdot_{\mathbb{Q}} q_2 \in x \cdot_{\mathbb{R}} y$. $\square$

Tétel (43) $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ teljes rendezett test. Sőt, izomorfia erejéig az egyetlen.

Bizonyítás. $\cdot_{\mathbb{R}}$ asszociatív és kommutatív: Nem negatív számokra a $\cdot_{\mathbb{Q}}$ tulajdonságaiból öröklődik, a többire definíció szerint.

Multiplikatív neutrális elem, egységelem: $1_{\mathbb{R}} = \{q \in \mathbb{Q} | q <_{\mathbb{Q}} 1_{\mathbb{Q}}\}$. $x \in \mathbb{R}$ nem negatív esetén két lépésben bizonyítunk.

$x \cdot_{\mathbb{R}} 1_{\mathbb{R}} \subseteq x$ Csak azt kell belátnunk, hogy $p \in x \setminus 0_{\mathbb{R}}$ és $q \in 1_{\mathbb{R}} \setminus 0_{\mathbb{R}}$ esetén $p \cdot_{\mathbb{Q}} q \in x$, ami teljesül hiszen $p \cdot_{\mathbb{Q}} q \leq_{\mathbb{Q}} p$.

$x \subseteq x \cdot_{\mathbb{R}} 1_{\mathbb{R}}$ Legyen $p \in x \setminus 0_{\mathbb{R}}$. Mivel ez nem lehet $\max x$, ezért $\exists q \in x : p <_{\mathbb{Q}} q$. Erre $r = p /_{\mathbb{Q}} q \in 1_{\mathbb{R}}$ és $p = q \cdot_{\mathbb{Q}} r \in x \cdot_{\mathbb{R}} 1_{\mathbb{R}}$.

Negatív $x \in \mathbb{R}$ esetén $x \cdot_{\mathbb{R}} 1_{\mathbb{R}} = \delta(\overline{-(\delta(\overline{-x}) \cdot_{\mathbb{R}} 1_{\mathbb{R}})}) = \delta(\overline{-(\delta(\overline{-x}))}) = x$.

Multiplikatív inverz, reciprok: A $0_{\mathbb{R}}$ -nak nincs.

Ha $x \in \mathbb{R}$ pozitív, akkor legyen $x^{-1} = \{1_{\mathbb{Q}} /_{\mathbb{Q}} p | p \in x, 0_{\mathbb{Q}} <_{\mathbb{Q}} p\}$ és x multiplikatív inverze $\delta(\overline{x^{-1}})$.

Ekkor $\delta(\overline{x^{-1}}) \in \mathbb{R}$ nem negatív. Két lépésben megmutatjuk, hogy $x \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{x^{-1}}) = 1_{\mathbb{R}}$.

$x \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{x^{-1}}) \subset 1_{\mathbb{R}}$ Legyen $p \in x \setminus 0_{\mathbb{R}}$ és $q \in \delta(\overline{x^{-1}}) \setminus 0_{\mathbb{R}}$. Ha $q = 0_{\mathbb{Q}}$, akkor $p \cdot_{\mathbb{Q}} q = 0_{\mathbb{Q}} \in 1_{\mathbb{R}}$. Ha $q >_{\mathbb{Q}} 0_{\mathbb{Q}}$, akkor $1_{\mathbb{Q}} /_{\mathbb{Q}} q \notin x$, de ekkor $p <_{\mathbb{Q}} 1_{\mathbb{Q}} /_{\mathbb{Q}} q$, azaz $p \cdot_{\mathbb{Q}} q \in 1_{\mathbb{R}}$.

$1_{\mathbb{R}} \subset x \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{x^{-1}})$ Legyen $p \in 1_{\mathbb{R}} \setminus 0_{\mathbb{R}}$. Megmutatjuk, hogy $p \in x \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{x^{-1}})$. Ha $p = 0_{\mathbb{Q}}$, akkor $0_{\mathbb{Q}} \in x$ adja az állítást. Ha $0_{\mathbb{Q}} <_{\mathbb{Q}} p <_{\mathbb{Q}} 1_{\mathbb{Q}}$, akkor legyen $0_{\mathbb{Q}} <_{\mathbb{Q}} t = \frac{1+p}{2} <_{\mathbb{Q}} 1_{\mathbb{Q}}$, $r \in \bar{x}$, és $q \in x$ úgy, hogy $0_{\mathbb{Q}} <_{\mathbb{Q}} q$. A $\mathbb{Q}$ hatványra vonatkozó Archimédész-tulajdonsága miatt $\exists n \in \mathbb{Z}^+ : (1_{\mathbb{Q}} /_{\mathbb{Q}} t)^n \geq_{\mathbb{Q}} r /_{\mathbb{Q}} q$. Tehát van olyan $n \in \mathbb{Z}^+$, amire $0 < r \cdot_{\mathbb{Q}} t^n \in x$. Legyen $n_0 \in \mathbb{Z}^+$ a legkisebb ilyen, és $0 <_{\mathbb{Q}} s = r \cdot_{\mathbb{Q}} t^{n_0} \in x$. Ekkor $s /_{\mathbb{Q}} t \in \bar{x}$ továbbá $s /_{\mathbb{Q}} t <_{\mathbb{Q}} s /_{\mathbb{Q}} p \in \bar{x}$, ezért $p /_{\mathbb{Q}} s \in \delta(\overline{x^{-1}})$. Kaptuk, hogy $p = s \cdot_{\mathbb{Q}} (p /_{\mathbb{Q}} s) \in x \cdot_{\mathbb{R}} \delta(\overline{x^{-1}})$.

Ha x negatív, akkor a multiplikatív inverze legyen $\delta(\overline{-(\overline{-x})^{-1}})$ negatív, ami adja az állítást.

$\cdot_{\mathbb{R}}$ disztributív $+_{\mathbb{R}}$ -re: Legyen $x, y, z \in \mathbb{R}$ nem negatív.

Két lépésben megmutatjuk, hogy $(x +_{\mathbb{R}} y) \cdot_{\mathbb{R}} z = x \cdot_{\mathbb{R}} z +_{\mathbb{R}} y \cdot_{\mathbb{R}} z$.

$(x +_{\mathbb{R}} y) \cdot_{\mathbb{R}} z \subset x \cdot_{\mathbb{R}} z +_{\mathbb{R}} y \cdot_{\mathbb{R}} z$ $s \in (x +_{\mathbb{R}} y) \cdot_{\mathbb{R}} z \setminus 0_{\mathbb{R}}$ esetén $\exists p \in x, q \in y, r \in z : 0_{\mathbb{Q}} \leq_{\mathbb{Q}} p +_{\mathbb{Q}} q, r$ és $s = (p +_{\mathbb{Q}} q) \cdot_{\mathbb{Q}} r$. Ekkor $p_+ = \max\{0, p\}$ és $q_+ = \max\{0, q\}$ jelöléssel $p \leq_{\mathbb{Q}} p_+ \in x \setminus 0_{\mathbb{R}}$ és $q \leq_{\mathbb{Q}} q_+ \in y \setminus 0_{\mathbb{R}}$, így $s \leq_{\mathbb{Q}} p_+ \cdot_{\mathbb{Q}} r +_{\mathbb{Q}} q_+ \cdot_{\mathbb{Q}} r \in x \cdot_{\mathbb{R}} z +_{\mathbb{R}} y \cdot_{\mathbb{R}} z$. mivel kezdőszelet, ezért $s \in$.

$x \cdot_{\mathbb{R}} z +_{\mathbb{R}} y \cdot_{\mathbb{R}} z \subset (x +_{\mathbb{R}} y) \cdot_{\mathbb{R}} z$ $s \in x \cdot_{\mathbb{R}} z +_{\mathbb{R}} y \cdot_{\mathbb{R}} z$ esetén $\exists p \in x, q \in y, r_1, r_2 \in z : 0_{\mathbb{Q}} \leq_{\mathbb{Q}} p, q, r_1, r_2$ és $s = p \cdot_{\mathbb{Q}} r_1 +_{\mathbb{Q}} q \cdot_{\mathbb{Q}} r_2$. Ekkor $r_0 = \max\{r_1, r_2\}$ jelöléssel $r_1, r_2 \leq_{\mathbb{Q}} r_0 \in z \setminus 0_{\mathbb{R}}$, így $s \leq_{\mathbb{Q}} p \cdot_{\mathbb{Q}} r_0 +_{\mathbb{Q}} q \cdot_{\mathbb{Q}} r_0 = (p +_{\mathbb{Q}} q) \cdot_{\mathbb{Q}} r_0 \in (x +_{\mathbb{R}} y) \cdot_{\mathbb{R}} z$. mivel kezdőszelet, ezért $s \in$.

A többi esethez jelölje $N(x)$ az x additív inverzét!

Ha $x < 0$, $y, z, x + y \geq 0$, akkor

$$\begin{aligned} (x + y)z &= [N(N(x)z) + N(x)z] + (x + y)z = xz + [N(x)z + (x + y)z] = \\ &= xz + [N(x) + (x + y)]z = xz + [(N(x) + x) + y]z = xz + yz. \end{aligned}$$

Ha $y < 0$, $x, z, x + y \geq 0$, akkor hasonlóan.

Ha $x, x + y < 0, y, z \geq 0$, akkor

$$\begin{aligned}(x + y)z &= N(N(x + y)z) = N([N(x) + N(y)]z) = N(N(x)z + N(y)z) = \\ &= N(N(x)z) + N(N(y)z) = xz + N(N(y)z) = xz + yz.\end{aligned}$$

Ha $y, x + y < 0, x, z \geq 0$, akkor hasonlóan.

Ha $x, y < 0, z \geq 0$, akkor

$$\begin{aligned}(x + y)z &= N(N(x + y)z) = N([N(x) + N(y)]z) = \\ &= N(N(x)z + N(y)z) = N(N(x)z) + N(N(y)z) = xz + yz.\end{aligned}$$

Ha $z < 0$, akkor hasonlóan.

$\cdot_{\mathbb{R}}$ pozitív monoton, sőt szigorúan: Legyen $x, y, z \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $x \leq_{\mathbb{R}} y$ és z pozitív. Akkor $x \subset y$, ezért $x \times z \subset y \times z$, és így $x \cdot_{\mathbb{R}} z \subset y \cdot_{\mathbb{R}} z$ vagyis $x \cdot_{\mathbb{R}} z \leq_{\mathbb{R}} y \cdot_{\mathbb{R}} z$.

$\leq$ helyett $<$ is írható, bár ennek a bizonyítása nehezebb.

$(\mathbb{R}, \leq)$ Dedekind-teljes. Megmutatjuk, hogy ha $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$ felülről korlátos, akkor $\bigcup A \in \mathbb{R}$ a legkisebb felső korlát.

$$\exists x \in A : x \neq \emptyset \implies \bigcup A \neq \emptyset.$$

A felülről korlátos $\implies \exists x \in \mathbb{R} : \forall a \in A : a \subset x$, de ekkor $\bigcup A \subset x \subsetneq \mathbb{Q}$.

$p \in \bigcup A$ miatt $\exists x \in A : p \in x$. Ha $q \in \mathbb{Q}$ úgy, hogy $q \leq_{\mathbb{Q}} p$, akkor $q \in x$, és így $q \in \bigcup A$, vagyis $\bigcup A$ kezdőszelet. Ugyanakkor p nem lehet az x maximuma, így $\bigcup A$ maximum nélküli.

$\bigcup A$ felső korlát, hiszen ha $x \in A$, akkor $x \subset \bigcup A$.

Végül, ha $y \in \mathbb{R}$ felső korlát, akkor $\forall x \in A : x \subset y$, tehát $\bigcup A \subset y$, vagyis $\bigcup A$ a legkisebb felső korlát.

Unicitás: Legyen $(T, +_T, \cdot_T, \leq_T)$ egy teljes rendezett test. Ekkor megkonstruáljuk $N_T \subset T$ -t úgy, hogy $N_T \sim \mathbb{N}_0$. Ebből megkonstruáljuk $Z_T \subset T$ -t úgy, hogy $Z_T \sim \mathbb{Z}$. Ekkor megkonstruáljuk $Q_T \subset T$ -t úgy, hogy $Q_T \sim \mathbb{Q}$. Legyen $f : Q_T \rightarrow \mathbb{Q}$ izomorfizmus, és $t \in T$ esetén

$$g(t) = \sup\{f(q) | q \in Q_T, q < t\}$$

képlettel definiálunk egy $g : T \rightarrow \mathbb{R}$ izomorfizmust. □