NÉV: .... NEPTUN-KÓD: .... SZAK: ....

ELŐADÓ: Bálint Péter GYAKVEZ.:.................................

Valószínűségszámítás ZH1, 2017. okt. 19.
A csoport

Munkaidő: 90 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.
Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 40 pont, de már 35 pont is 100%*-os eredménynek számít.*

1. Egy matematika szigorlaton 20 tételből húznak egyet-egyet a hallgatók. Ezek közül 7 analízis, 6 algebra, 4 geometria és 3 sztochasztika témájú. Egy napon 6 hallgató megy el szigorlatozni. Ha valamelyikük kihúzott egy tételt, akkor azt félreteszik, a később sorra kerülő hallgatók csak a fennmaradó tételek közül húznak. Mi az esélye, hogy
   (a) a hat hallgató ugyanolyan témájú tételt húz? (3 pont)
   (b) mind a négy témából húznak legalább egy tételt? (7 pont)

2. Az egyetemi menzára 70% eséllyel az α-konyháról, 30% eséllyel a β-konyháról szállítják az ebédet. Az α konyhán 10 literenként átlagosan 30 szem, a β konyhán 40 szem áfonyát tesznek a gyümölcslevesbe. A menzán a gyümölcslevest fél literes adagokban lehet rendelni.
   (a) Mi a valószínűsége, hogy egy adag gyümölcslevesbe legalább 2 szem áfonya kerül? (5 pont)
   (b) Vettem egy adag gyümöcslevest, megettem belőle 3 decilitert, és sajnos nem volt benne áfonya. Mi a valószínűsége, hogy a maradék 2 deciliterben sem találok áfonyát? (5 pont)

3. András és Béla egy sárga és egy zöld dobókockát dobálnak. Ha a két kockán azonos szám áll, András fizet Bélának 100 Ft-t. Ha a zöld kockán nagyobb szám áll, mint a sárga kockán, Béla fizet Andrásnak x Ft-t. Ha a sárga kockán áll nagyobb szám, akkor újra dobnak a két kockával. Ezt ismétlik addig, amíg valamelyikük nyer és fizet a másiknak, 100, illetve x Ft-t.
   (a) Hogyan válasszuk x-t, ha azt szeretnénk, hogy igazságos legyen a játék? (4 pont)
   (b) András a kövekező javaslattal áll elő: legyen inkább $x = 100$, de cserélgessék fordulónként, hogy ki melyik esetben nyer, és így igazságos lesz a játék. Azaz minden páratlan sorszámú fordulóban Béla nyer, ha a két kockán azonos szám áll, András nyer, ha a zöld kockán áll a nagyobb szám, és mennek tovább a kövekező fordulóba, ha egyikük sem nyert. A páros sorszámú fordulókban viszont fordítva: András nyer azonos értékek esetén, és Béla nyer, ha a zöld kocka értéke nagyobb. Egyetértünk András javaslatával? Ebben az új verzióban mi a valószínűsége annak, hogy a teljes játék András győzelmével ér véget? (6 pont)

4. Feldobunk négyszer egy szabályos pénzérmét. Tiszta sorozatok alatt azokat a maximális részsorozatokat értjük, melyekben az egymást követő eredmények azonosak. Jelölje X, hogy a kapott Fej-Írás sorozat hány tiszta sorozatból áll. (Tehát pl. $FFIF$ esetén $X = 3$, $IIII$ esetén $X = 1$ stb.) Határozzuk meg az X valószínűségi változó várható értékét és szórásnégyzetét. (5 pont)

Bónusz: Válaszoljuk meg a 4. feladat kérdéseit, ha a szabályos érmét n-szer dobjuk fel. (5 pont)

NÉV: .... NEPTUN-KÓD: .... SZAK: ....

ELŐADÓ: Bálint Péter GYAKVEZ.:.................................

Valószínűségszámítás ZH1, 2017. okt. 19.
B csoport

Munkaidő: 90 perc. Nem-programozható, internet nélküli kalkulátor használható.
Az elérhető maximum (a bónusz feladattal együtt): 40 pont, de már 35 pont is 100%*-os eredménynek számít.*

1. Egy zacskóban 30 cukorka van. Ezek közül 11 mentolos, 9 citromos, 6 narancsos és 4 málnás ízű. Kiveszünk 8 cukrot a zacskóból. Mi az esélye, hogy
   (a) a nyolc cukor mind ugyanolyan ízű? (3 pont)
   (b) mind a négy fajtából kerül legalább egy a nyolc cukor közé? (7 pont)

2. Egy hosszú könyv példányainak 60%-t az α-nyomdában, 40%-t a β-nyomdában készítik. Az α nyomdában 100 oldalanként átlagosan 15, a β nyomdában 10 sajtóhibát ejtenek. Megvettem a könyv egy példányát, és most fogom elolvasni az első, 20 oldalas fejezetet.
   (a) Mi a valószínűsége, hogy ebbe a fejezetbe legalább 3 sajtóhiba került? (5 pont)
   (b) Elolvastam a 20 oldalból 15-t, nem volt benne sajtóhiba. Mi a valószínűsége, hogy a maradék 5 oldalon sem fogok sajtóhibát találni? (5 pont)

3. Anna és Bori két dobókockával dobálnak. Ha a dobott számok összege 7, Anna fizet Borinak 100 Ft-t. Ha a dobott számok összege 6, Bori fizet Annának x Ft-t. Ha az összeg se nem 6, se nem 7, akkor újra dobnak a két kockával. Ezt ismétlik addig, amíg valamelyikük nyer és fizet a másiknak, 100, illetve x Ft-t.
   (a) Hogyan válasszuk x-t, ha azt szeretnénk, hogy igazságos legyen a játék? (4 pont)
   (b) Bori a kövekező javaslattal áll elő: legyen inkább $x = 100$, de cserélgessék fordulónként, hogy ki melyik esetben nyer, és így igazságos lesz a játék. Azaz minden páratlan sorszámú fordulóban Bori nyer, ha az összeg 7, Anna nyer, ha az összeg 6 és minden további esetben mennek tovább a következő fordulóba. A páros sorszámú fordulókban viszont fordítva: Anna nyer, ha az összeg 7 és Bori nyer, ha az összeg 6. Egyetértünk Bori javaslatával? Ebben az új verzióban mi a valószínűsége annak, hogy a teljes játék Bori győzelmével ér véget? (6 pont)

4. Feldobunk négyszer egy szabályos pénzérmét. Tiszta sorozatok alatt azokat a maximális részsorozatokat értjük, melyekben az egymást követő eredmények azonosak. Jelölje X, hogy a kapott Fej-Írás sorozat hány tiszta sorozatból áll. (Tehát pl. $FFIF$ esetén $X = 3$, $IIII$ esetén $X = 1$ stb.) Határozzuk meg az X valószínűségi változó várható értékét és szórásnégyzetét. (5 pont)

Bónusz: Válaszoljuk meg a 4. feladat kérdéseit, ha a szabályos érmét n-szer dobjuk fel. (5 pont)