Analízis 2 — 10-11. gyakorlat — 2014/2015/1

1. Határozzuk meg a következő határértékeket!

   a) $\lim_{(x,y)\to(2,1)} \frac{e^{x^2-3y}}{1+2x^2+3y^2}$ b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{2x^2+2y^2}$ c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{5xy^2}{x^2+y^4}$

   d) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x2\sin(2y)}{y^2+y^2}$ e) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}$ f) $\lim_{(x,y)\to(0,0)}(3x^2+4y^2)(\arctan(\frac{x}{y}))$

2. Hol folytonosak az alábbi függvények? Hol deriválhatóak?

   a) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{ha } (x,y) \neq 0, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$ b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2} + 6x + 3y & \text{ha } (x,y) \neq 0, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$

   c) $f(x,y) = \sqrt{5(x-1)^4 + 4y^2}$ d) $f(x,y,z) = x^3 + y^2 + x^3ye^{2z}$

   e) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^3+y^3} & \text{ha } (x,y) \neq 0, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$ f) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{\sqrt{x^4+y^2}} & \text{ha } (x,y) \neq 0, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$

3. Keressük meg a következő függvények lokális szélsőértékeit!

   a) $f(x,y) = (x-3y+3)^2 + (x-y-1)^2$ b) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$

   c) $f(x,y) = (x-y+1)^2 - (x^2-2)^2$ d) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y$

4. Határozzuk meg a következő függvények abszolút szélsőértékeit a megadott tartományon!

   a) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y$, $T = \{(x,y) \mid x \geq 0, y \geq 0, y \leq 9 - x\}$

   b) $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - 4x - 4y$, $T = \{(x,y) \mid x \geq 0, y \leq 2, y \geq 2x\}$

   c) $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy - 3y$, $T = \{(x,y) \mid x \geq 0, y \leq 3, y \leq \sqrt{9-x^2}\}$

5. Felül nyitott téglatest alakú V térfogatú tartályt szeretnénk készíteni. Mekkorák legyenek a tartály élei, hogy az elkészítéséhez a lehető legkevesebb anyagot használjuk?

6. Osszuk fel a 100-at öt pozitív egész összeadandóra, hogy az öt szám szorzata maximális legyen!

7. Keressük meg az $x^2+y^2+z^2 = 36$ gömbön azon pontokat, melyek távolsága $P(1,2,2)$ ponttól a legnagyobb illetve a legkisebb!