

1. Határozzuk meg az alábbi integrálokat az adott T tartományon!

a) $\int \int_T x \sin(xy) dT$, $T = \{(x, y) \mid x \in [1, 3], y \in [0, \pi/2]\}$

b) $\int \int_T x dT$, T az $y = x^2$ és az $y = x + 2$ által határolt korlátos térrész.

c) $\int \int_T \frac{x^2}{y^2} dT$, T az $y \leq \frac{1}{x}$, és az $y \leq x \leq 2$ által határolt korlátos térrész az első síknegyedben.

d) $\int \int_T e^{6x+y} dT$, T az $(0, 0)$, $(5, 0)$, $(4, 6)$, $(3, 6)$ csúcspontú trapéz.

2. Cseréljük meg az integrálás sorrendjét!

a) $\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin(x) dx dy$

b) $\int_0^{16} \int_{\sqrt{y}/2}^2 \sqrt[5]{1+x^3} dx dy$

c) $\int_0^1 \int_{e^x}^{e^{2x}} f(x, y) dy dx$

d) $\int_{-1}^0 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy dx + \int_0^1 \int_0^{1-x} f(x, y) dy dx$

e) $\int_0^2 \int_{\sqrt{y}}^{4-y} f(x, y) dx dy$

3. Van egy A síkidomunk $x \geq 0$ félsíkon, melynek a területét akarjuk meghatározni. De csak azt tudjuk, hogy az y -tengely körüli forgatásával kapott test térfogat 1 egység. Továbbá az $x = -\frac{1}{\pi}$ körül forgatott test térfogat 3 egység. Meg tudjuk-e határozni A területét? (Feltételezhetjük, hogy az alakzat konvex.)

4. Polár koordináta rendszerre való áttéréssel határozzuk meg a következő integrálokat!

a) $\int \int_T y^2 dT$, $T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$

b) $\int \int_T x^2 y dT$, $T = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq x, y\}$

c) $\int \int_T (x^2 - 4x + y^2)^5 dT$, $T = \{(x, y) \mid x^2 - 4x + y^2 \leq 0, 0 \leq y\}$

5. Henger illetve gömbi koordinátákra való áttérés!

a) $\int_V xy^2 z^3 dV = ?$, ahol V az a korlátos térrész, melynek harárai: $z = xy$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = x$.

b) $\int_V \sqrt{x^2 + y^2} dV = ?$, ahol V az a korlátos térrész, melynek harárai: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 1$.

c) Számoljuk ki az $x^2 + y^2 = 1$ henget az $z = 0$ és a $z = 2 - x - y$ síkok által határolt térrész térfogatát!

d) $\int_V xyz dV = ?$, ahol V az origó középpontú egységgömb első térfelületévé eső része ($x, y, z \geq 0$).

6. Számoljuk ki a tórusz térfogatát (R sugarú körön van a középpontja r sugarú körnek). Paraméterezzünk úgy a tórusz pontjait, hogy Θ jelölje azt, hogy mekkora szöggel van elforgatva a kis kör, a kis körön belül pedig ρ -val és ϕ -vel polár koordinátázást csináljunk.