A2 1. ZH Tudnivalói 2014/2015/1

Szeparábilis (szétválasztható) differenciálegyenletek (1. gyakorlat 5)
Elsőrendű lineáris differenciál egyenletek (2. gyakorlat 1,2)
Három típus, ami erre visszavezethető (4.gyakorlat 4)
Magasabbrendű állandő együtthatós lineáris diferenciál egyenletek (4. gyakorlat 1,2)

1. Szélsőértékre vontakozó feladat.
   Tekintsük az
   $$y' = \frac{-\sin(x+y^2)}{1+2y\sin(x+y^2)}$$
   differenciál egyenletet. Döntsük el, hogy a $y(0) = 0$ pontban van-e szélsőértéke.

2. Integrál egyenlet
   Oldjuk meg a következő integrál egyenletet
   $$\int_3^x f(t)dt = f(x) + 1.$$

3. Picard Lindelöf
   Határozzuk meg a következő differenciál egyenleteknek hány megoldása van, már ahol tudjuk.
   a) $y' = |\sin(y)|$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$;
   b) $y' = |\sin(y)|$, $y(1) = \pi$;
   c) $y' = |\sin(y)|$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$, $y'(1) = 1$;
   d) $y' = |\sin(y)|$, $y(1) = \pi$, $y'(1) = 0$;
   e) $y' = |\sin(y)|$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$, $y'(1) = 0$;
   f) $y' = |\sin(y)|$, $y(1) = \pi$, $y'(1) = 1$;
4. Picard Lindelöf következménye: megoldások nem metszhetik egymást. Tudjuk, hogy az $y' = F(x, y)$ és $F(x, y)$ elég sima az $x \in [1/3, \infty)$, $y \in \mathbb{R}$ tartományon. Továbbá az $y_1(x) = x$, $y_2(x) = 2x$ és $y_3(x) = 1 - x$ függvények közül pontosan 2 megoldása a differenciálegyenletnek.

5. A homogén egyenlet megoldásai alteret alkotnak és $y_{\text{ált}}(x) = y_H(x) + y_P(x)$.
   Oldjuk meg a következő differenciál egyenletet $y''(x) - y'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$.

6. Homogén, áll. eh-ós, lin. diff. e. fordítva
   Írjuk fel a legalacsonyabb rendű inhomogén, valós, állandó együtthatós lineáris differenciál egyenletet, melynek megoldásai az $y_1(x) = e^{2x}$ és az $y_2(x) = e^{2x} + 3$ függvények.