

1. Határozzuk meg az alábbi hatványsorok konvergencia tartományát!

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 2^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2} x^{2n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x)^n}{\sqrt{4n-1} 2^n}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n x^n$

f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n} 5^{\sqrt{n}}}$

2. Adjuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciatartományát és összegfüggvényét!

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{3^{n+1}}$

c)  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+2)x^n$

3. Bizonyítsuk be, hogy  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{2^n} = 6$ .

4. Adjuk meg a következő függvények  $x_0 = 0$  körüli Taylor sorát és határozzuk meg a konvergencia tartományát!

a)  $f(x) = \cos(x^2)$

b)  $f(x) = e^{-2x^2}$

c)  $f(x) = \operatorname{arctg}(2x)$

d)  $f(x) = \frac{3}{8+x^3}$

e)  $f(x) = \sin^2(x)$

f)  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

g)  $f(x) = \sqrt[3]{1-2x^2}$

h)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{27-x}}$

i)  $f(x) = 1+x$

5. Adjuk meg a következő függvények  $x_0 = 1$  körüli Taylor sorát és határozzuk meg a sor konvergenciatartományát!

a)  $f(x) = 6x^2 - 2x + 3$

b)  $f(x) = e^{-2x}$

c)  $f(x) = \frac{1}{x}$

d)  $f(x) = e^x$

6. Számoljuk ki a következő deriváltakat!

a)  $f^{(67)}(0) = ?$ , ha  $f(x) = x^5 e^x$

b)  $f^{(9)}(0) = ?$ ,  $f^{(10)}(0) = ?$  ha  $f(x) = \ln(8-3x^2)$

c)  $f^{(9)}(1) = ?$ ,  $f^{(10)}(1) = ?$  ha  $f(x) = \ln(8-3x)$

d)  $f^{(19)}(0) = ?$ , ha  $f(x) = \frac{e^{2x^5}}{\sqrt{x^4+5}}$

e)  $f^{(11)}(1) = ?$ , ha  $f(x) = e^{x(x-2)} \cos((x-1)^5)$

f)  $\left(\frac{d}{dx}\right)^{17} (\sqrt{2x-x^2} \ln(2+(x-1)^5))|_{x=1} = ?$

7. Határozzuk meg  $f(x) = \ln(8-3x)$ -nek a Taylor sorát  $x_0 = 0, 1, 2$  és  $3$  körül.

8. Mi lesz  $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 4)$  Taylor sora  $x_0 = 1$  körül?