1. Valaki elárulta, hogy a következő függvény közül: $x \to x, 3x, e^x$, pontosan kettő elégít ki egy bizonyos
$$x \to y(x)?, y' = F(x, y)$$
differenciálegyenlet, melyben F egy $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ folytonos diffható függvény. A kapott infó alapján, melyik függvény nem lehet megoldása a kérdéses differenciálegyenletnek? A választ indokoljuk.

2. Van-e szélsőértéke annak az $y(x)$ függvénynek az $(e, -1)$ pontban, ami a $y' = y^2 + y - 6$ differenciálegyenlet megoldása. (2013/2014/1 vizsga)

3. Keressük meg azokat az $f(x)$ függvényeket, amelyek kielégítik a következő egyenletet
$$\int_0^x f(t)e^t dt = f(x)^4 - 1.$$

4. (2012/2013/1 pótzh) Tekintsük a következő differenciálegyenletet:
$$x \to y(x)?, y' = \frac{\ln(1 + y^2)}{x} (x \neq 0)$$
   a) Találjunk legalább egy megoldást az $x > 0$ tartományon!
   b) Tegyük fel, hogy $x \to y(x)$ egy (nem feltétlenül az a) pontban megadott) megoldása a fenti egyenletnek. Fejezzük ki y''-t mint y és x függvénye.
   c) Találjunk olyan $c \neq 0$ értéket, hogy $y(1) = c$ kezdeti feltételhez tartozó megoldásnak biztosan ne legyen inflexiós pontja.

5. (2012/2013/1 vizsga) Adjuk meg a
$$x \to y(x)?, y' = \frac{y^2 + y - 2}{x^2 + 2x + 2}$$
differenciálegyenlet összes megoldásást. A megoldásfüggvényeket elég implicit alakban megadni.

6. Keressük meg az a_0, a_1, a_2 és a_3 valós számokat úgy, hogy az $y(x) = 3x + \sin(2x) + 4$ megoldása a $a_0 y + a_1 y' + a_2 y'' + a_3 y^{(3)} + y^{(4)} + y^{(5)}$ differenciál egyenletet.

7. Hány megoldása van a következő problémáknak! (2013/2014/1 vizsga)
   a) $x \to y(x)?$ $\quad y' = y^2 - (x^2 + 1)y''$ $\quad , y(2) = 0.$
   b) $x \to y(x)?$ $\quad y'' + 8y' - 3y = 0$ $\quad , y(2) = y'(2) = y''(2) - 1 = 0.$
   c) $x \to y(x)?$ $\quad y' = (x^2 + 1)^{\sin(y)}$ $\quad , y(2) = 0.$

8. Kategorizáljuk a következő differenciálegyenleteket, és határozzuk meg a megoldások számát! (2013/2014/1 vizsga)

   a) $(x, y) \to u(x, y)?$ $\quad \Delta u = 0$ $\quad , u(0, 0) = 0,\ Du(0, 0) = 0.$
   b) $x \to y(x)?$ $\quad y'' = 8y - 3y'$ $\quad , y(2) = y'(2) = y''(2) - 1 = 0.$
   c) $x \to y(x)?$ $\quad y' = \frac{(x+y)^2 - (1+y)^2}{1+x^2}$ $\quad , y(2) = 0.$
   d) $x \to y(x)?$ $\quad (2y + \sin(y))' = e^{x+y}$ $\quad , y(2) = 0.$

9. Tekintsük az alábbi 4 kezdetiérték-problémát. Melyikre vonatkozik a Picard-Lindelöf tétel, és melyikre nem? Ahol lehet állapítsuk meg a differenciálegyenlet típusát is!
   a) $x \to y(x)?,$ $\quad (y^3)' = x^2 - y',$ $\quad y(0) = 0.$
   b) $x \to y(x)?,$ $\quad y' = \frac{1}{x^2+1} + y'',$ $\quad y(0) = 0.$
   c) $x \to y(x)?,$ $\quad y' = e^{x^2+y} \sin(y),$ $\quad y(0) = 0.$
   d) $x \to y(x)?,$ $\quad y' = 2y^{\frac{1}{2}},$ $\quad y(0) = 0.$

10. (2013/2014/1 ZH) Oldjuk meg az $y' = y^2 + 2xy + x^2 - 5$ differenciál egyenenletet.

11. Keressük meg azt a legalacsonyabb rendű valós konstans együtthatós homogén lineáris differenciál egyeneletet, amelynek az $y(x) = 7 + e^{-x}(x + \sin(2x))$ megoldása.