4. feladatsor vegyész A3c 2013/14. ősz

1. Legyen $0 < p < 1$ és $q = 1 - p$. Alkothatnak-e a q, $p\,q$, $p^2\,q$, ..., p^{k-1}, q, ... számok valószínűség-eloszlást?

2. Két kockával dobunk. A dobott számok összege valószínűségi változó. Határozzuk meg ennek a valószínűségi változónak a valószínűség-eloszlását. Írjuk fel az eloszlásfüggvényét is, és ábrázoljuk.

3. Legyen az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye:
$F(x) = 0$, ha $x \le -1$; $F(x) = ¼$, ha $1 < x \le 0$; $F(x) = 1/3$, ha $0 < x \le 1$; $F(x) = 5/6$, ha $1 < x \le 2$; $F(x) = 1$, ha $2 < x$.
Adjuk meg a X valószínűség-eloszlását, és határozzuk meg a következő valószínűségeket:
a) $P(X < 0.5)$ b) $P(-0.5 \le X \le 1)$ c) $P(X \ge 1)$ d) $P(0 < X < 2$

4. A ξ valószínűségi változó valószínűség-eloszlása a következő:
a) Adja meg az eloszlásfüggvényét!
b) Adja meg $\eta = \xi^2 - 2\xi + 3$ valószínűség-eloszlását, eloszlásfüggvényét!

x:	-1	0	1	2
$P(\xi = x)$	1/4	1/8	1/8	1/2

5. Az A, B állandók mely értékeire lesz az F függvény egy X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye, ha
a) $F(x) = A + B \operatorname{arctg} x$ b) $F(x) = A + B/(x+1)$, ha $x \ge 1$, $F(x) = 0$ egyébként
A b) esetben számoljuk ki a $P(10 \le x \le 14)$ és $P(0.3 \le x \le 4)$ valószínűségeket.

6. Egy műanyag termék (években kifejezett) élettartama olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye $f(x) = 3\,e^{-3x}$, ha $x \ge 0$, $f(x) = 0$, ha $x < 0$. Mi a valószínűsége, hogy az ebből a műanyagból készült termék legalább 4 évig nem megy tönkre?

7. Egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = \dfrac{a}{x^3}$, ha $x > 2$, $f(x) = 0$ egyébként. Határozzuk meg az a együtthatóértékét. Írjuk fel a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét.
Számítsuk ki, milyen x értékre lesz $P(X > x) = 1/2$.

8. Legyen X sűrűségfüggvénye a következő: $f(x) = \dfrac{1}{4}(2 + x)$, ha $-A<x<0$; $f(x) = \dfrac{1}{4}(2 - x)$, ha $0 < x < A$; egybként $f(x) = 0$.
a) Határozzuk meg A értékét. b) Írjuk fel X eloszlásfüggvényét.
c) Ábrázoljuk a sűrűség- és eloszlásfüggvényt. d) Mi a valószínűsége annak, hogy $X > 1$?

9. Számítsa ki az alábbi eloszlásfüggvénnyel megadott valószínűségi változó mediánját és várható értékét:
$F(x)=0$, ha $x \le 0$, és $\dfrac{1}{8}x^3$ ha $0 < x \le 2$, és 1, ha $x>2$.

10. Igaz-e a következő állítás: ha $M(\xi)<M(\eta)$ akkor $\text{Medián}(\xi)<\text{Medián}(\eta)$? Mondjon példákat.

11. Tudjuk, hogy $M(\xi)=2$ és $M(\xi^2)=8$, határozza meg $M(\eta)$ értékét, ha $\eta=(4\xi+2)^2$.

12. Két számítógépet telefonvonal köt össze, amelyen az átvitt bitek egymástól függetlenül 0,02 valószínűséggel romlanak el. Mi a valószínűsége annak, hogy 1500 továbbított bit esetén a hibás bitek száma 10-nél kevesebb?

13. Egy valószínűségi változó sűrűségfüggvénye a következő: $f(x)=\begin{cases} cx+3 & ha \quad -3\le x\le -2 \\ 3-cx & ha \quad 2\le x\le 3 \\ 0 & különben \end{cases}$

a. Adja meg a *c* paraméter értékét. b. Határozza meg a változó eloszlásfüggvényét!

14. Legyen a ξ sűrűségfüggvénye: $f(x)=\begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & ha \quad 0\le x\le 2 \\ 0 & különben \end{cases}$

Határozza meg a változó várható értékét és szórását.

15. Egy vezető bevonat vastagsága olyan valószínűségi változó, amelynek sűrűségfüggvénye $f(x)=600x^{-2}, ha\ 100\mu m < x < 120\mu m$ és 0 különben. Adja meg az eloszlásfüggvényt, a várható értéket és a szórást.

16. Egy kazán termométerén leolvasott hőmérséklet ingadozása olyan valószínűségi változó, amelynek eloszlás függvénye: $F(x)=\begin{Bmatrix} 0 & ha & x\le 800^\circ C \\ 0{,}1x-80 & ha & 800^\circ C < x \le 810^\circ C \\ 1 & ha & 810^\circ C < x \end{Bmatrix}$

Mi annak a valószínűsége, hogy $P(800<\xi\le 805)$? Ha a folyamatra vonatkozó előírás olyan, hogy a hőmérsékletnek 802 és 808 ºC között kell lenni, akkor mi a valószínűsége annak, hogy a hőmérséklet nem megfelelő? Mi lesz a leolvasott hőmérséklet várható értéke?

17. Egy 300 fős évfolyam minden hallgatója egymástól függetlenül ¾ valószínűséggel vesz részt a statisztika órán. Átlagosan hányan vannak jelen? Mi annak a valószínűsége, hogy legalább az évfolyam fele jelen van?