

1. Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$f_{\xi,\eta}(x,y) = \begin{cases} \frac{6}{7}(x^2 + \frac{xy}{2}), & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } 0 < y < 2 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

Mutassuk meg, hogy ez a függvény valóban sűrűségfüggvény. Írjuk fel az együttes eloszlásfüggvényüket és perem-sűrűségfüggvényeiket. Adjuk meg a $P(\xi > 0.5, \eta < 1)$ valószínűséget. Függetlenek-e a valószínűségi változók?

2. Határozzuk meg, hogy az A paraméter milyen értéke mellett lehet az $f(x,y) = x^2 + Ay^2$ függvény a $(0 < x < 1, 0 < y < 2)$ tartományban egy kétdimenziós valószínűségi változó sűrűségfüggvénye. Írjuk fel a perem sűrűségfüggvényeket.

3. A (ξ, η) valószínűségi vektorváltozó együttes valószínűség-eloszlását a tartalmazza a következő táblázat:

$\xi \backslash \eta$	-1	0	1
1	1/6	1/4	1/6
2	1/12	1/12	1/4

Adja meg a két változó kovarianciáját.

4. Két ember mindegyike addig dob fel egy-egy szabályos pénzérmét, amíg az első fej ki nem jön. Mennyi a valószínűsége annak, hogy mind a kettőnek ehhez ugyanannyi dobásra van szüksége?

5. Legyen X, Y együttes sűrűségfüggvény:

$$f(x,y) = \begin{cases} a(x^2 + xy + y^2) & \text{ha } 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

Mennyi az a paraméter értéke? Írja fel az együttes eloszlásfüggvényt. Írja fel a perem sűrűségfüggvényeket. Függetlenek-e a változók? Határozza meg a kovarianciájukat.