1. feladatsor

(13+2) 500 termékből, 20 selejtes, 10 terméket választunk visszatevéssel

a) egy selejtes legyen: $\binom{20}{1}\cdot\binom{488}{9}$

1 selejtes, 9 jó — ism. komb.-val: $\binom{n+k-1}{k}$

b) 10 selejtes legyen: $\binom{29}{10}$

c) 5 -"- $\binom{24}{5}\cdot\binom{484}{5}$

d) legfeljebb 3 -"- $\sum_{i=0}^{3}$ ~~20~~ $\binom{19+i}{i}\cdot\binom{489-i}{10-i}$

e) legyen selejtes: $\binom{500}{10}-\binom{489}{10}$

összes lehetőség — nincs selejtes

(14+2) ismétléses permutáció: rakjuk sorba az 1, 2, X-et: $\frac{14!}{8!\,2!\,4!}$

(15+2) 5 párt körbe rakjuk: 4!
minden párban lehet férj-feleség / feleség-férj sorrend $\Rightarrow 4!\,2^5$

(18+2) a) ~~$9\cdot10^5$ összes 6 jegyű~~

9-et választhatunk — az egy előzőt nem vál. $\Rightarrow$ 9-et ...

$9\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5$

b) 9 9 ... 9 — 9^6

ne legyen az előző, de 0 lehet — előző ne

c) $\binom{5}{2}\cdot9^4$

hol van 0 — többi nem lehet 0

d) $9\cdot10^5$: összes lehetőség, ebből levonjuk a) feladatban kapott eredményt: $9\cdot10^5-9^2\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5$

e) jegyek szorzata 10-zel osztva 5 maradékot ad $\Leftrightarrow$
jegyek között nincs páros, de 5-tel osztható van $\Leftrightarrow$
jegyek csak 1,3,5,7,9 lehet és 5 mindenképp szerepel

$5^6 - 4^6$

1,3,5,7,9-ből képzett összes szám — 1,3,7,9-ből képzett összes szám.

f) Ha összeadom az első 5 számjegyet 10-zel osztva
0,1,..,9 maradékot kaphatok.
Bármi is lesz az pontosan 1 jegy van, amit 6.-nak választva
a 6jegyű szám számjegyeinek összege 10-zel osztva 5 lesz!

$\underline{9 \cdot 10^4 \cdot 1}$

g) jegyek összege páros
Első 5 szj. összege páros v. páratlan.
Ha páros 6.-nak jó a 0, 2, 4, 6, 8, ha ptlan, akk
6. legyen 1, 3, 5, 7, vagy 9.
Tehát bármi is az első 5, a 6. jegynek 5 közül kell
választanom! $\Rightarrow$ $9 \cdot 10^4 \cdot 5$

<u>2. gyakorlat (Házi feladatok)</u>

Érmék & kockák (20)
Két különböző kockával dobott számokat legyegyzük (X_1, X_2)
vektorba. Y: dobott számok összege. $U = \min\{X_1, X_2\}$, $V = \max\{X_1, X_2\}$

a) $\{X_1 < 3, X_2 > 4\} = \{(1,5), (1,6), (2,5), (2,6)\}$

b) $\{Y = 7\} = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

c) $\{U = V\} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

(21) a) $A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$

b) $B = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

c) $A \cup B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

d) $A \cap B = \{(1,6)\}$

e) $A^c \cap B^c = \overline{A} \cap \overline{B} = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

Kártyák

(32) a) $Q = \{(Q,♣), (Q,♠), (Q,♢), (Q,♡)\}$

b) $H = \{(2,♡), (3,♡), (4,♡), (5,♡), (6,♡), (7,♡), (8,♡), (9,♡), (10,♡), (J,♡), (Q,♡), (K,♡), (A,♡)\}$

d) $Q \cap H = \{(Q,♡)\}$

e) $Q \setminus H = \{(Q,♣), (Q,♠), (Q,♢)\}$

(36)

a) <u>full</u>:

(36) full: 3 egyforma színe, 2 egyforma színe

$$\frac{\binom{13}{1}\cdot\binom{12}{1}\binom{4}{3}\binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} \approx 0{,}0014$$

(3 egyforma színe; 2 egyforma színe)

póker: 4ef. színe, 5. színe, 5. színe

$$\frac{13\cdot 12\cdot\binom{4}{4}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{52}{5}} \approx 0{,}00024$$

színflös: melyik szín, melyik színe

$$\frac{\binom{4}{1}\binom{13}{5}}{\binom{52}{5}} \approx 0{,}00198$$

3. feladatsor

(16) $\mathbb{P}(M)=0{,}25$, $\mathbb{P}(F)=0{,}15$, $\mathbb{P}(M\cdot F)=0{,}1$

a) $\mathbb{P}(M|F)=\mathbb{P}(M\cdot F)/\mathbb{P}(F)=\frac{0{,}1}{0{,}15}=0{,}66'$

b) $\mathbb{P}(F|M)=\mathbb{P}(F\cdot M)/\mathbb{P}(M)=\frac{0{,}1}{0{,}25}=0{,}4$

c) $\mathbb{P}(M+F)=\mathbb{P}(M)+\mathbb{P}(F)-\mathbb{P}(M\cdot F)=0{,}25+0{,}15-0{,}1=0{,}3$

(20) A_i: i. gép gyártja a csavart. $\mathbb{P}(A_1)=0{,}25$, $\mathbb{P}(A_2)=0{,}35$, $\mathbb{P}(A_3)=0{,}4$

S: ~~termék~~ a csavar selejtes $\mathbb{P}(S|A_1)=0{,}05$, $\mathbb{P}(S|A_2)=0{,}04$, $\mathbb{P}(S|A_3)=0{,}02$

$$\mathbb{P}(S)=\sum_{i=1}^{3}\mathbb{P}(S|A_i)\cdot\mathbb{P}(A_i)=0{,}25\cdot 0{,}05+0{,}35\cdot 0{,}04+0{,}4\cdot 0{,}02=0{,}0345$$

teljes valség tétele

(21) a) $\mathbb{P}(A_1)=1-\mathbb{P}(A_2)-\mathbb{P}(A_3)=1-1/3-1/4=\underline{5/12}$

b) $1=\mathbb{P}(A_1)+\mathbb{P}(A_2)+\mathbb{P}(A_3)=2\mathbb{P}(A_2)+\mathbb{P}(A_2)+1/4 \Rightarrow \mathbb{P}(A_2)=1/4$ $\quad\underline{\mathbb{P}(A_1)=1/2}$

c) $\mathbb{P}(A_3+A_2)=2\mathbb{P}(A_1)$

$\mathbb{P}(A_3)+\mathbb{P}(A_2) \longrightarrow \mathbb{P}(A_1)+\underbrace{\mathbb{P}(A_2)+\mathbb{P}(A_3)}=1$

$\mathbb{P}(A_1)+2\mathbb{P}(A_1)=1 \Rightarrow \underline{\mathbb{P}(A_1)=1/3}$

d) $\mathbb{P}(A_3)=2\mathbb{P}(A_2)$, $3\mathbb{P}(A_1)=\mathbb{P}(A_2)$

$\mathbb{P}(A_1)+\mathbb{P}(A_2)+\mathbb{P}(A_3)=1 \Rightarrow \frac{1}{3}\mathbb{P}(A_2)+\mathbb{P}(A_2)+2\mathbb{P}(A_2)=1 \Rightarrow \mathbb{P}(A_2)=3/10$

$\underline{\mathbb{P}(A_1)=1/10}$

4. feladatsor

6. X: termék élettartama

$$f(x) = \begin{cases} 3 \cdot e^{-3x} & \text{egyébként} \\ 0 & x<0 \end{cases}$$

$$P(X \geq 4) = \int_4^\infty 3 \cdot e^{-3x}\,dx = \left[\cancel{3}- e^{-3x}\right]_4^\infty = \cancel{0} + \underline{\underline{e^{-12}}}$$

---

másik megoldás: $X \sim Exp(3)$

$$\Rightarrow P(X \geq 4) = 1 - F(4) = \underline{\underline{e^{-12}}}$$

8.)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(2+x), & \text{ha } -A < x \leq 0 \\ \frac{1}{4}(2-x), & \text{ha } 0 < x < A \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

a) $A = ?$ $\quad 1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-A}^{0} \frac{1}{4}(2+x)\,dx + \int_0^A \frac{1}{4}(2-x)\,dx =$

$$\left[\frac{2}{4}x + \frac{x^2}{8}\right]_{-A}^{0} + \left[\frac{2}{4}x - \frac{x^2}{8}\right]_0^A = +\frac{A}{2} - \frac{A^2}{8} + \frac{A}{2} - \frac{A^2}{8} = A - \frac{A^2}{4}$$

$$A^2 - 4A + 4 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{A = 2}}$$

b)

$F(x) = ?$

$$\int_{-2}^{x} \frac{1}{4}(2+t)\,dt = \left[\frac{t}{2} + \frac{t^2}{8}\right]_{-2}^{x} = \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} - \left(-\frac{2}{2} + \frac{4}{8}\right) = \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} + \frac{1}{2} \Rightarrow \overset{x=0}{\boxed{1/2}}$$

$$\int_0^x \frac{1}{4}(2-t)\,dt = \left[\frac{t}{2} - \frac{t^2}{8}\right]_0^x = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq -2 \\ \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} + \frac{1}{2}, & \text{ha } x \in [-2, 0] \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}, & \text{ha } x \in (0, 2] \\ 1 & \text{egyébként} \end{cases}$$

$\leftarrow$ ez ill. $\underbrace{\int_{-2}^{0} \frac{1}{4}(2+t)\,dt}_{1/2} + \int_0^x \frac{1}{4}(2-t)\,dt$

d) $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - F(1+) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \underline{\underline{\frac{7}{8}}}$

(12) ξ hibás bitek száma $\sim Bin(1500, 0{,}02)$

$$P(\xi < 10) = \sum_{i=0}^{9} P(\xi = i) = \sum_{i=0}^{9} \binom{1500}{i} \cdot 0{,}02^i \cdot 0{,}98^{1500-i}$$

(13)
$$f(x) = \begin{cases} cx+3 & -3 \le x \le -2 \\ 3-cx & 2 \le x \le 3 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

a/
$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-3}^{-2} cx+3\;dx + \int_{2}^{3} 3-cx\;dx = \left[\frac{cx^2}{2}+3x\right]_{-3}^{-2} + \left[3x - \frac{cx^2}{2}\right]_{2}^{3} =$$
$$= c2 - 6 - (4{,}5c - 9) + 9 - 4{,}5c - (6 - 2c) = -5c + 6 \Rightarrow \underline{\underline{c=1}}$$

b/
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{, ha } x \le -3 \\ ? & \text{, ha } -3 \le x \le -2 \\ ? & \text{, ha } -2 \le x \le 2 \\ ? & \text{, ha } 2 \le x \le 3 \\ 1 & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$\int_{-3}^{x} t+3\;dt = \left[\frac{t^2}{2} + 3t\right]_{-3}^{x} = \frac{x^2}{2} + 3x - \frac{9}{2} + 9 = 4{,}5 + \frac{x^2}{2} + 3x$$
$x = -2 \Rightarrow 1/2$

$$\int_{2}^{x} 3-t\;dt = \left[3t - \frac{t^2}{2}\right]_{2}^{x} = 3x - \frac{x^2}{2} - 6 + 2 = 3x - \frac{x^2}{2} - 4$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{, ha } x \le -3 \\ 4{,}5 + x^2/2 + 3x & \text{, ha } -3 \le x \le -2 \\ 1/2 & \text{, ha } -2 \le x \le 2 \\ 3x - x^2/2 - 4 & \text{, ha } 2 \le x \le 3 \\ 1 & \text{egyébként} \end{cases}$$

5. feladatsor

(4) ξ: esemény bekövetkeztének ideje $\sim U(0, b)$, ahol $b > 1$

$$P(0 < \xi \le 1) = \frac{3}{4}$$

$\xi \sim U(0, b) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{b}$, ha $x \in (0, b)$ egyébként 0.

$$\frac{3}{4} = \int_0^1 \frac{1}{b}\,dx = \left[\frac{x}{b}\right]_0^1 = \frac{1}{b} - 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{b = 4/3}}$$

Eloszlásfv-t megadhatjuk a táblázatban, (ha kiegészítettük)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{, ha } x \le 0 \\ \int_0^x \frac{1}{b}\,dt = \left[\frac{t}{b}\right]_0^x = \frac{x}{b} = \frac{3x}{4} & \text{ha } 0 < x \le 4/3 \\ 1 & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$E(\xi) = \frac{b+a}{2} = \frac{2}{3}$$

$$D(\xi) = \frac{b-a}{\sqrt{12}} = \underline{\underline{\frac{2}{3\sqrt{3}}}}$$

⑥ ξ: a $U(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

$P(|\xi - M(\xi)| > D(\xi)) = ?$

$M(\xi) = \frac{\sqrt{3}+(-\sqrt{3})}{2} = 0 \qquad D(\xi) = \frac{\sqrt{3}-(-\sqrt{3})}{\sqrt{12}} = 1$

$P(|\xi - M(\xi)| > D(\xi)) = P(|\xi| > 1) = P(-1 < \xi < 1) = \int_{-1}^{1} \frac{1}{2\sqrt{3}}\,dx$

vagy $F(1) - F(-1)$ $= \left[\frac{x}{2\sqrt{3}}\right]_{-1}^{1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

⑦ X: lekvás időpontja $\sim U(8, b)$

$P(X \in (8, 10)) = 0{,}8$ a) $P(X \in (9{,}5, 10)) = ?$ b) $P(X \in (9{,}5, 10) \mid X > 9{,}5)$

$\Downarrow$

$X \sim U(8, b) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{b-8}$, ha $x \in (8, b)$ egyébként 0

(tudhatjuk az eloszlásfv-t is!)

$0{,}8 = P(X \in (8, 10)) = \int_{8}^{10} \frac{1}{b-8}\,dx = \left[\frac{x}{b-8}\right]_{8}^{10} = \frac{10}{b-8} - \frac{8}{b-8} = \frac{2}{b-8}$

$b = 8 + 2{,}5 = 10{,}5$ egyenletes 8:00 és 10:30 között!

a) $P(X \in (9{,}5; 10)) = \int_{9{,}5}^{10} \frac{1}{2{,}5}\,dx = \left[\frac{x}{2{,}5}\right]_{9{,}5}^{10} = \frac{10-9{,}5}{2{,}5} = \frac{1}{5}$

b) $P(X \in (9{,}5; 10) \mid X > 9{,}5) = \frac{P(X \in (9{,}5, 10))}{P(X > 9{,}5)} = \frac{1/5}{\int_{9{,}5}^{10{,}5} \frac{1}{2{,}5}\,dx} = \frac{1/5}{1/2{,}5} = \frac{1}{2}$

⑩ ξ: izzólámpa élettartam $\sim Exp(\lambda)$

$D(\xi) = 1000 = 1/\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{1000} \qquad \xi \sim Exp(\frac{1}{1000}) \Rightarrow M(\xi) = 1000$ óra

$f(x) = \frac{1}{1000} \cdot e^{-x/1000}$, ha $x > 0$, egyébként 0.

$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{, ha } x < 0 \\ 1 - e^{-x/1000} & \text{egyébként} \end{cases}$

$P(X > 3000) = 1 - F(3000+) = e^{-3}$

⑫ ξ: műszer élettartama $\sim Exp(1/8)$

$P(\xi > 11 \mid \xi > 3) = P(\xi > 8) = 1 - F(8+) = e^{-\frac{1}{8} \cdot 8} = 1/e$

örökifjú tulajdonság

(14) ξ: dobozka mérete

$f(x) = 2 \cdot x^{-3}$, ha $1 < x$, $\emptyset$ egyébként

Spn. a) $1 \overset{?}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_1^{\infty} \frac{2}{x^3}\,dx = \left[-x^{-2}\right]_1^{\infty} = 1$ ✓

b) $M(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\,dx = \int_1^{\infty} \frac{2}{x^2} = \left[-2x^{-1}\right]_1^{\infty} = \underline{\underline{2}}$

$M(\xi^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_1^{\infty} \frac{2}{x} < \infty$ ~~$\emptyset$~~ $\Rightarrow$ nem létezik szórás

b) $\int_1^x 2 \cdot t^{-3}\,dt = \left[-t^{-2}\right]_1^x = -\frac{1}{x^2} - (-1) = 1 - \frac{1}{x^2}$

$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^2}, & \text{ha } 1 < x, \\ \emptyset & \text{egyébként.} \end{cases}$

d) $\mathbb{P}(\xi < 5) = F(5) = 1 - \frac{1}{5^2} = \underline{\underline{\frac{24}{25}}}$

e) $\mathbb{P}(\xi > 7) = 1 - F(7) = \underline{\underline{\frac{1}{49}}}$ része mutatható ki.

B: feladatsor

(3.) ξ: zajszint $\xi \sim N(m, \sigma)$, $m = 45\,dB$

$\mathbb{P}(\xi > 50) \approx \frac{10}{100}$, $\mathbb{P}(\xi < 37) = ?$

$\mathbb{P}(\xi > 50) = 0{,}1$

$\mathbb{P}(\xi \le 50) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$

$0{,}9 = \mathbb{P}(\xi \le 50) = \Phi\left(\frac{50 - m}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{5}{\sigma}\right)$

$1{,}27 = \frac{5}{\sigma}$ $\quad \sigma = 5/1{,}27 \approx 3{,}93$

$\mathbb{P}(\xi < 37) = \Phi\left(\frac{37 - m}{\sigma}\right) = \Phi\left(-\frac{8}{3{,}93}\right) = \Phi(-2{,}04) = 1 - \Phi(2{,}04) = \underline{\underline{0{,}02}}$

(4) ξ: megrendelések száma $\sim N(m, 10)$, $m = ?$

$\mathbb{P}(\xi < 20) = 0{,}1$

$0{,}1 = \mathbb{P}(\xi < 20) = \Phi\left(\frac{20 - m}{10}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{m - 20}{10}\right) \Rightarrow 0{,}9 = \Phi\left(\frac{m-20}{10}\right)$

$\frac{m - 20}{10} = 1{,}27$ $\quad \underline{\underline{m = 32{,}7 \,(\approx 33)}}$

(12) ξ: találatok száma $\sim Bin(200;\ 0,4)$

a) ~~keressük~~ Moivre-Laplace $\Rightarrow \xi \sim N(80;\ 6,9)$

Keressük $(80-c,\ 80+c)$ alakban az intervallumot

$$P(80-c < \xi < 80+c) = P(\xi < 80+c) - P(\xi < 80-c) =$$

$$= \Phi\left(\frac{80+c-80}{6,9}\right) - \Phi\left(\frac{80-c-80}{6,9}\right) = \Phi\left(\frac{c}{6,9}\right) - \Phi\left(\frac{-c}{6,9}\right)$$

$$= 2\Phi\left(\frac{c}{6,9}\right) - 1 = 0,9$$

$$\Phi\left(\frac{c}{6,9}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{c}{6,9} = 1,64 \qquad \underline{c = 11,3}$$

Tehát a találatok: $(68, 92)$ között lesz 90% val. séggel.

(15) ξ: balkezesek száma $\sim Bin(10000;\ 0,2)$

a) $P(\xi > 2100) = ?$ b) $P(1960 < \xi < 2040) = ?$

Moivre-Laplace $\Rightarrow \xi \sim N(2000, 40)$

a) $P(\xi > 2100) = 1 - P(\xi \le 2100) = 1 - \Phi\left(\frac{2100-2000}{40}\right) =$

$= 1 - \Phi(2,5) \approx \underline{0,0062}$

b) $P(1960 < \xi < 2040) = P(\xi < 2040) - P(\xi \le 1960) =$

$= \Phi\left(\frac{2040-2000}{40}\right) - \Phi\left(\frac{1960-2000}{40}\right) = \Phi(1) - \Phi(-1) = 2\Phi(1) - 1 = \underline{0,6826}$

7. feladatsor

(1) $\xi \sim N(6,3)$

a) $0,5 = P(\xi > x) = 1 - P(\xi \le x) \Rightarrow 0,5 = P(\xi \le x) = \Phi\left(\frac{x-6}{3}\right)$

$\Rightarrow 0 = \frac{x-6}{3} \Rightarrow \underline{x = 6}$

c) $P(4,2 < \xi < 6,1) = P(\xi < 6,1) - P(\xi \le 4,2) = \Phi\left(\frac{0,1}{3}\right) - (\ 0,6) =$

$\approx 0,51 - 1 + \Phi(0,6) \approx \underline{0,23}$

(3) $f(x) = \frac{4h^3}{\sqrt{\pi}} x^2 e^{-x^2h^2}$, ha $x > 0$

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_0^{\infty} \frac{4h^3}{\sqrt{\pi}} x^3 e^{-x^2h^2} = \int_0^{\infty} \frac{-2h}{\sqrt{\pi}} x^2 \cdot \left[-2x h^2 e^{-x^2h^2}\right] dx = \frac{2}{h\sqrt{\pi}}$$

$$= \left[\frac{-2h}{\sqrt{\pi}} x^2 e^{-x^2h^2}\right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{4h}{\sqrt{\pi}} x\, e^{-x^2h^2} dx = \int_0^{\infty} \frac{-2}{h\sqrt{\pi}} \left(-2xh^2 e^{-x^2h^2}\right) dx = \frac{-2}{h\sqrt{\pi}} \left[e^{-x^2h^2}\right]_0^{\infty}$$

$$M(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx=\int_0^{\infty}\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}\cdot x^4\cdot e^{-x^2h^2}\,dx=\int_0^{\infty}\underbrace{-\frac{2h}{\sqrt{\pi}}\cdot x^3}_{u}\cdot\underbrace{\left[-2xh^2\cdot e^{-x^2h^2}\right]}_{v'}dx=$$

$$=\underbrace{\left[-\frac{2h}{\sqrt{\pi}}\cdot x^3\cdot e^{-x^2h^2}\right]_0^{\infty}}_{=0}+\int_0^{\infty}+\frac{6h}{\sqrt{\pi}}\,x^2\cdot e^{-x^2h^2}\,dx=$$

majdnem $f(x)$!

$$=\frac{1{,}5}{h^2}\cdot\underbrace{\left[\int_0^{\infty}\frac{4h^3}{\sqrt{\pi}}x^2\cdot e^{-x^2h^2}\,dx+\int_{-\infty}^{0}0\cdot dx\right]}_{\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=1}=\frac{1}{h^2}$$

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \Leftarrow$ mivel $f(x)$ sfv.

$$\Rightarrow D^2(X)=M(X^2)-M(X)^2=\underline{\underline{\frac{1{,}5}{h^2}-\frac{4}{h^2\cdot\pi}}}$$

(4) ξ: Geiger-M. sz. által észlelt részecskék $\sim Bin(n, 10^{-4})$

$n=?$, ha $P(\xi\geq 4)=0{,}99$

M-L $\Rightarrow$ $\xi\sim N(10^{-4}n, \sqrt{n}\cdot 0{,}01)$

$$0{,}99=P(\xi\geq 4)=1-P(\xi<4)=1-\Phi\left(\frac{4-10^{-4}n}{\sqrt{n}\cdot 0{,}01}\right)$$

$$0{,}01=\Phi\left(\frac{4-10^{-4}n}{\sqrt{n}\cdot 0{,}01}\right)$$ nincs a táblázatban

$$0{,}99=\Phi\left(\frac{10^{-4}n-4}{\sqrt{n}\,0{,}01}\right)\Rightarrow\frac{10^{-4}n-4}{\sqrt{n}\cdot 0{,}01}\approx 2{,}36$$

$$n-236\sqrt{n}-40000=0$$

$$\sqrt{n}_{1,2}=\frac{+236\pm\sqrt{236^2+160000}}{2}=\frac{236\pm 464}{2}\quad\begin{cases}\underline{\underline{350}}\\ \cancel{}\end{cases}$$

$$\underline{\underline{n=350^2}}$$

n legyen 122500 legalább.